

# DOCUMENTO DE TRABAJO No. 2

PRODUCTIVIDAD EN LA GRAN MINERÍA DEL COBRE EN CHILE  
Período 2000/2014



Comisión  
Nacional de  
**Productividad**



Julio de 2016

PRODUCTIVIDAD EN LA GRAN MINERÍA DEL COBRE EN CHILE  
PERÍODO 2000/2014

Comisión Nacional de Productividad & Comisión Chilena del Cobre

La productividad en la minería, tanto en Chile como a nivel mundial, muestra una tendencia negativa los últimos 15 años. Este trabajo estima y descompone la productividad multifactorial (PTF) a nivel de operaciones de la gran minería del cobre en Chile. La descomposición de la PTF consiste de un componente estructural de largo plazo (tendencia) y en un componente más esporádico con algún grado de persistencia (*shock* productivo). Independiente del modelo utilizado, las estimaciones de la productividad multifactorial confirman la tendencia negativa encontrada en la literatura. Las diferencias con respecto a los estudios previos radica en las magnitudes de dicha caída.

KEYWORDS. Minería, Productividad, Máximo Verosimilitud, Panel Dinámico, Frontera Estocástica.  
JEL CLASSIFICATION. Q3, D24, J24, P42.

## BREVE HISTORIA DE LA ACTIVIDAD MINERA EN CHILE

En 1803, cuando la era colonial ya llegaba a su ocaso, el empresario Juan Egaña presentó un informe al Real Tribunal de Minería dando cuenta del estado de la industria minera y constatando la existencia de alrededor de 200 minas, en su mayoría de cobre.

Aunque no tan llamativa como la extracción de plata o salitre, la minería del cobre tuvo un papel relevante en el siglo XIX. La revolución industrial generó desde la segunda década del siglo XIX una importante demanda de cobre, la que comenzó a ser satisfecha por productores chilenos. Desde 1825 los embarques con destino a las fundiciones de Swansea en Inglaterra<sup>1</sup> aumentaron notablemente.

En 1831, la introducción del horno de reverbero por Charles Lambert revolucionó las técnicas de fundición de cobre al permitir el aprovechamiento de los sulfuros de cobres que antes eran abandonados. En la década de 1840 se introdujo el carbón de piedra como combustible de hornos y se instalaron fundiciones en Coquimbo, Tongoy y Guayacán para fundir el mineral extraído del recientemente descubierto yacimiento de Tamaya. Gracias a Tamaya, en 1852, se pudo aumentar significativamente la producción de cobre, la que en la década de 1870 llega a su máximo nivel<sup>2</sup> colocando a Chile como primer exportador de cobre del mundo con la mitad de la producción mundial.

Sin embargo, el auge no fue sostenible. Chile bajó su producción a la mitad en 1899 debido principalmente a: (i) la caída en los precios internacionales a partir de 1875; (ii.) el progresivo agotamiento de los yacimientos de alta ley; y (iii.) el atraso tecnológico de las técnicas de extracción que no permitían explotar depósitos masivos y de menores leyes. Adicionalmente, los empresarios chilenos del sector no lograron acceso a financiamiento para modernizar las operaciones, motivando la venta de yacimientos a empresas extranjeras. Todos estos aspectos implicaron que para 1905 la participación de Chile en el mercado mundial cayera a un 4%.

La solución a nivel mundial al problema de menores leyes fue explotar el cobre porfírico de manera rentable, donde por cada tonelada de material extraído sólo entre el uno y el dos por ciento era cobre. Esto requirió un cambio tecnológico considerable tanto para la extracción como el procesamiento. También implicó realizar inversiones cuantiosas para poder operar de manera rentable un yacimiento. El desarrollo de las nuevas tecnologías, principalmente la flotación, fueron realizadas en Estados Unidos. Esto le permitió al país del norte convertirse en el líder mundial de producción de cobre.

Dado que Chile contaba con las mayores reservas mundiales de cobre porfírico, distribuidas a lo largo de la Cordillera de los Andes, surgió el interés de empresas norteamericanas por los yacimientos de Chuquicamata y Potrerillos en el norte, y de El Teniente en la zona central de Chile. Estas empresas extranjeras realizaron importantes inversiones para poner en marcha la explotación de los nuevos yacimientos cupríferos, denominados “Gran Minería del Cobre”. A fines de la década de 1920 la producción de dichos yacimientos representaba el 93% de la producción de cobre nacional y el 17% de la producción mundial; alcanzando -en el último caso- un máximo de 21% en 1945. Con ello,

<sup>1</sup> Principalmente minerales en bruto.

<sup>2</sup> Con 52 mil toneladas en 1876.

Chile recuperaba el lugar que ya había ocupado a mediados del siglo XIX como el principal productor mundial de cobre.

Entrando en las primeras décadas del siglo XX el cobre reemplazó al salitre en el rol de la principal exportación del país y comenzó a realizar aportes tributarios significativos. Chile fue incrementando los tributos a la minería y acumulando capacidades tecnológicas en un proceso que terminó en la nacionalización de la gran minería del cobre en 1971, donde los yacimientos de Chuquibambilla, El Salvador y El Teniente pasaron a ser propiedad de Codelco. En esa época la producción de Codelco era cercana a 600 mil toneladas anuales, las cuales aumentó a una tasa de 4.2 % promedio anual entre 1971 y 1991, mientras que su participación en el mercado mundial aumentaría de 9 % en 1971 a 12 % en 1991.

Si bien con el DL600 de 1974 se entregaron garantías a la inversión extranjera directa, la inversión llegó junto con el retorno a la democracia. En la década de 1990 se descubrieron una serie de yacimientos y el país recibió un flujo de inversión extranjera sin precedentes, lo cual permitió una expansión de la producción total de toneladas de cobre de 11 % promedio anual durante dicha década. Esto significó que Chile aumentase su producción desde 1.6 millones de toneladas en 1990 a 4.6 millones de toneladas en el año 2000. De esta forma, Chile nuevamente se convertía en el principal productor de cobre con un tercio de la producción mundial.

## CONTEXTO ACTUAL

### Productividad en la gran minería del cobre

Los últimos 15 años la economía chilena viene mostrando un desempeño productivo significativamente pobre en comparación a los anteriores 15 años vinculados al “período de oro”. Por ejemplo, durante el período 1986/1997 la tasa promedio de crecimiento anual de la productividad total de factores<sup>3</sup> (desde ahora PTF) fue 2.5 %, <sup>4</sup> mientras que para el período 2000/2014 fue de un 0.1 %, y para el sub-período 2010/2014 fue de -0.1 %.<sup>5</sup> Adicionalmente, al comparar el desempeño productivo chileno respecto a economías desarrolladas, se observa que la brecha de productividad ha aumentado de manera consistente. Por ejemplo, según estimaciones de Feenstra et al (2015), entre 1980/2011 la brecha

---

<sup>3</sup> También definida como productividad multifactorial.

<sup>4</sup> La tasa de crecimiento anual alcanza un 2 % si se considera el período 1986/2000.

<sup>5</sup> Ver Acta Comité Consultivo del PIB Tendencial (Agosto de 2015) MINHDA/DIPRES.

entre la PTF de Chile y la PTF de Estados Unidos se incrementó 20 %.<sup>6</sup>

Al observar el desempeño productivo del sector minero nos encontramos con un análisis similar al del caso agregado. Distintas estimaciones<sup>7</sup> han mostrado que tanto la PTF como la productividad laboral en el sector minero vienen disminuyendo hace más de 10 años. Este resultado es persistente a través de diversas metodologías, aunque con distintos órdenes de magnitud. Por ejemplo, siguiendo la metodología de *growth accounting* UAI/Corfo (2014) estima que la tasa promedio de crecimiento anual de la PTF para el sector minero va desde 3.3 % para el período 1993/1998 a -7.6 % aproximadamente entre 1999/2013.<sup>8</sup> Bajo la misma metodología, Corbo y González (2014) estiman que el aporte de la PTF minera al crecimiento del sector para el período 1998/2003 fue -1.5 % anual, mientras que para los períodos 2004/2008 y 2009/2011 dicho aporte fue -8.3 % y -15.9 %, respectivamente. Estos autores atribuyen el magro desempeño del sector a las fluctuaciones que ha sufrido el precio de los *commodities* durante la última década. Por ejemplo, hacen referencia al incremento en el costo de muchos de los insumos asociados al sector minero, los cuales –según sus estimaciones– han reducido el valor agregado que aporta dicho sector a la economía.

Análogamente, diversos estudios llevados a cabo por la Comisión Chilena del Cobre (desde ahora Cochilco) muestran resultados similares, tanto con metodologías paramétricas como no paramétricas. Su estudio de 2015<sup>9</sup> estima que la PTF para la minería del cobre cayó en promedio 1.6 % anual durante el período 2000/2013. En este caso la estimación considera una corrección por la calidad del recurso geológico, ya sea ocupando la ley del mineral como una aproximación a la depreciación del recurso natural, como también utilizando la razón entre material estéril y mineral. Además, otro estudio de 2014<sup>10</sup> presenta entre sus principales conclusiones que: (i) la productividad laboral en el sector minero supera a la del resto de los sectores de la economía;<sup>11</sup> y (ii) que dicha brecha ha disminuido. De hecho los datos del estudio muestran que para el año 2012 esto significó que la productividad laboral del sector de energía y agua superara al del sector minero. Al igual que el estudio de 2015 este trabajo incorpora en sus estimaciones el factor geológico mediante el uso de la ley del mineral o la intensidad de uso de la energía. Esto permite cuantificar cuánto de la caída de la productividad se le puede imputar al factor geológico y cuánto al resto de los factores. Del cálculo corregido mediante la ley del mineral se concluye que un 30 % -aproximado- de la menor productividad observada entre el año 2003 y 2012 se debe al factor geológico.<sup>12</sup> Cuando se calcula utilizando la intensidad de uso de la energía dicho valor es 42 %, aproximadamente.

Por otro lado, el estudio de UAI/Corfo (2014) muestra una caída de 11 % por año en la PTF para el período 2010/2014. La misma fuente hace referencia a que si bien el sector minero presentó un crecimiento en su valor agregado de 1.3 % en 2014, esto en parte se debió en gran medida al nivel de inversión que alcanzó el sector. Como ejemplo mencionan que la contribución del capital físico al crecimiento del sector en el año 2014 fue de 9 %, aproximadamente.

Teniendo a disposición los datos actualizados que Cochilco tiene para las faenas de la gran minería del cobre, se puede corroborar lo mencionado anteriormente (Ver Figura 1). Por un lado, efectivamente la cantidad de toneladas

<sup>6</sup> Para 1981 la PTF de Chile representaba el 91 % de la PTF de Estados Unidos, mientras que para 2011 la misma representaba un 69 %, ajustado PPP. Ver Feenstra, Robert C., Robert Inklaar and Marcel P. Timmer (2015).

<sup>7</sup> Por ejemplo, Jara et al. (2010), Cochilco (2014), Corbo y González (2014), De Solmihinac et al. (2014), y UAI/Corfo (2014), entre otros.

<sup>8</sup> UAI/Corfo (2014)

<sup>9</sup> *Productividad en la Industria Minera en Chile, (2015)*.

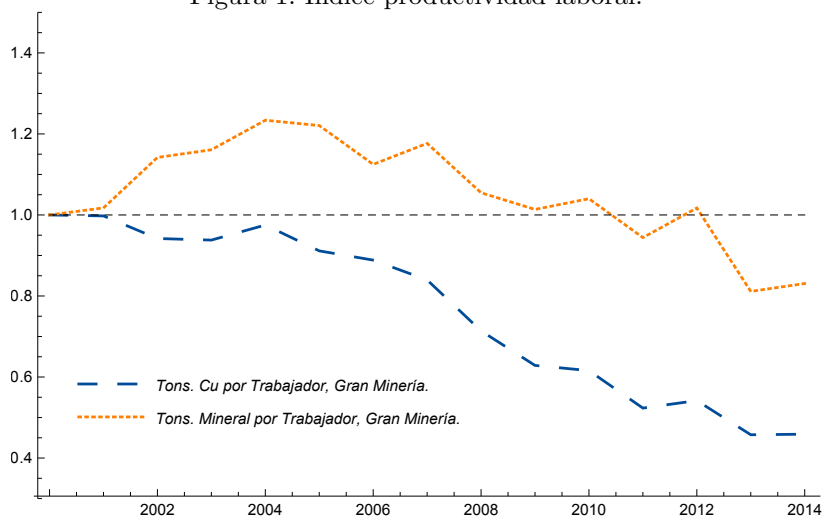
<sup>10</sup> *Una mirada a la productividad del sector minero en Chile, (2014)*.

<sup>11</sup> Esto se debe en gran medida al hecho que dicho sector es intensivo en capital.

<sup>12</sup> La medida total según las estimaciones de Cochilco es de aproximadamente un 50 %.

de cobre refinado<sup>13</sup> por trabajador en la gran minería presenta una caída en torno a 54%. Sin embargo, al medir las toneladas de mineral extraído por trabajador<sup>14</sup> se observa que la caída es de un 17%. Es más, se puede observar que las toneladas de mineral extraído por trabajador en la gran minería permanece sobre el nivel inicial entre el período 2000/2010.

Figura 1. Índice productividad laboral.



### Dinámica en la gran minería del cobre

No es de extrañarse que el denominado “super ciclo” de los *commodities* haya afectado la capacidad productiva de la gran minería del cobre. A grandes rasgos la causa de ello se puede encontrar tanto en factores internos como externos a las faenas. En el primer caso, a manera de ejemplo, se pueden mencionar: (i.) las expectativas (o creencias) sobre variables relevantes para la toma de decisiones;<sup>15</sup> o (ii.) el diseño organizacional asociado al proyecto.<sup>16</sup> Respecto a los factores externos se pueden señalar a modo de ejemplo: (i.) las relaciones con el medio, tales como proveedores, comunidades, gobiernos, gremios, etc.<sup>17</sup> o (ii.) factores más exógenos a las operaciones, tales como leyes, regulaciones, infraestructura pública, etc.

Si bien no se tiene absoluta claridad sobre cuál es la combinación y relevancia de los factores que causaron cambios en la capacidad productiva de la gran minería, los datos oficiales muestran que a nivel agregado la gran minería del cobre logró incrementar la producción de toneladas métricas de cobre refinado un 17% entre 2000/2004. Posteriormente, entre 2004/2014, la variación fue menor, permaneciendo dentro de todo estable a pesar de la entrada de nuevos proyectos en la segunda mitad de la década. (Esperanza, Gabriela Mistral, Spence). Específicamente, los datos muestran un incremento de 4% para el período 2004/2014. Por tanto, para todo el período de estudio se observa que

<sup>13</sup> En este caso la medida considera tanto cobre refinado efectivo como el equivalente refinado al cobre contenido en el caso de producción de concentrados.

<sup>14</sup> A partir de la ley promedio por faena más la tasa de recuperación se obtiene un estimativo del mineral extraído por faena.

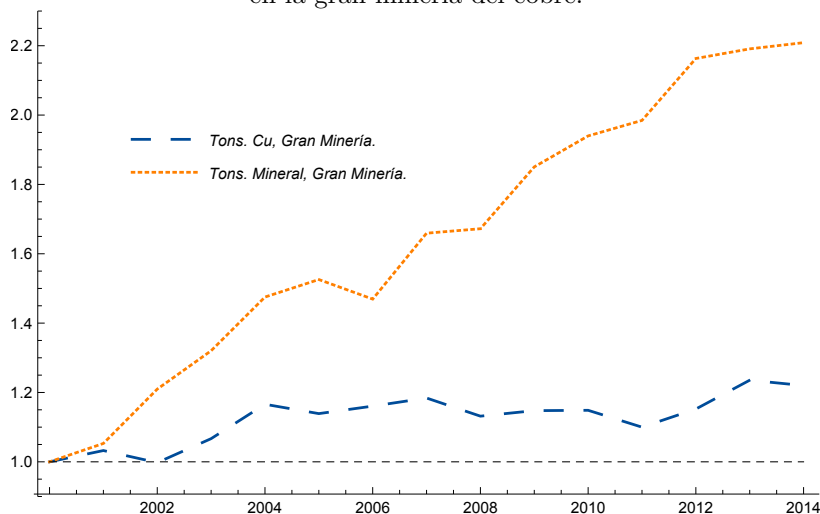
<sup>15</sup> Dichas expectativas afectan el tipo de inversión y por ende en la productividad.

<sup>16</sup> La forma en que operará la faena y cómo las distintas partes del proceso productivo se relacionarán terminan afectando la productividad.

<sup>17</sup> Estos además pueden ser influenciados (al menos parcialmente) por las mismas operaciones.

la producción de la gran minería del cobre se incrementó un 22%. Por otro lado, considerando las estimaciones sobre el mineral extraído utilizado por la gran minera se estima que hubo un incremento de 121% entre 2000/2014. En gran medida la brecha que se observa entre ambas variables se puede explicar por dos factores: (i.) las características del mineral a procesar;<sup>18</sup> y (ii.) la tasa de recuperación. El primer factor se considera exógeno a las faenas,<sup>19</sup> mientras que el segundo puede verse afectado por factores internos<sup>20</sup> o incluso por algún factor externo.<sup>21</sup> (ver Figura 2).

Figura 2. Índice producción de cobre refinado y mineral extraído en la gran minería del cobre.



Una consecuencia directa del incremento significativo de mineral extraído es la depreciación que sufre el recurso en términos de su ley. Ello representa un desafío permanente para las faenas, pues no sólo se obtiene menos cobre de la misma proporción de mineral extraído, sino también cuesta más obtener dicho insumo a medida que va envejeciendo el yacimiento -distancias necesarias para llevar el mineral extraído a la planta como endurecimiento de la roca, por ejemplo. Las mejoras organizacionales como los cambios tecnológicos son capaces en gran medida de contrarrestar dicho efecto. La breve reseña histórica presentada al inicio resume los cambios que fueron necesarios incorporar en el sector minero para pasar de trabajar leyes de 25%, a leyes que hoy oscilan alrededor de 0.7%.

Considerando que a partir de los datos por operación se puede estimar la cantidad de mineral procesado para molienda y flotación como por lixiviación, se calcula un promedio de las leyes asociadas a cada uno de dichos procesos. De la Figura 3 se puede concluir que -en promedio- toda ley es menor respecto a períodos anteriores. En el caso de los minerales del proceso de flotación la ley resulta ser mucho mejor que aquellos minerales lixiviables.<sup>22</sup> Esto último se debe principalmente a que gran parte de los yacimientos antiguos existentes en el país iniciaron la explotación de minerales lixiviables a inicios de la década de los 90. Respecto a los datos, se puede observar que a principios del período la ley asociada a los sulfuros era casi un 28% mayor que la ley asociada a los minerales lixiviables, mientras

<sup>18</sup> Por ejemplo ley del mineral y otras características de su composición.

<sup>19</sup> Entiendase, exógeno a las decisiones del operador.

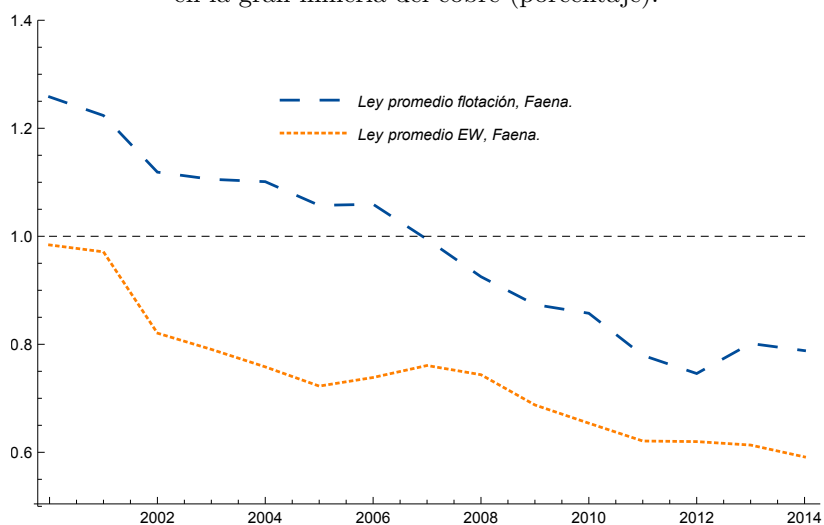
<sup>20</sup> Como la gestión de la operación.

<sup>21</sup> Puede ser decidida en función de parámetros técnico-económicos. Por ejemplo, alcanzar una meta de producción con merma en la recuperación.

<sup>22</sup> Hay algunos minerales lixiviables que no son necesariamente óxidos de cobre.

que para 2014 dicha brecha aumentó a 33%. Sin embargo, durante el período 2002/2005 la diferencia entre ambas leyes alcanzó una brecha de 42% debido principalmente a una mayor caída en la ley asociada al proceso de lixiviación. Este dato puede resultar relevante para el estudio de productividad considerando que cerca del 37% de la producción se realizó a través de dicho proceso durante el período 2000/2014.<sup>23</sup>

Figura 3. Ley promedio por faena en la gran minería del cobre (porcentaje).

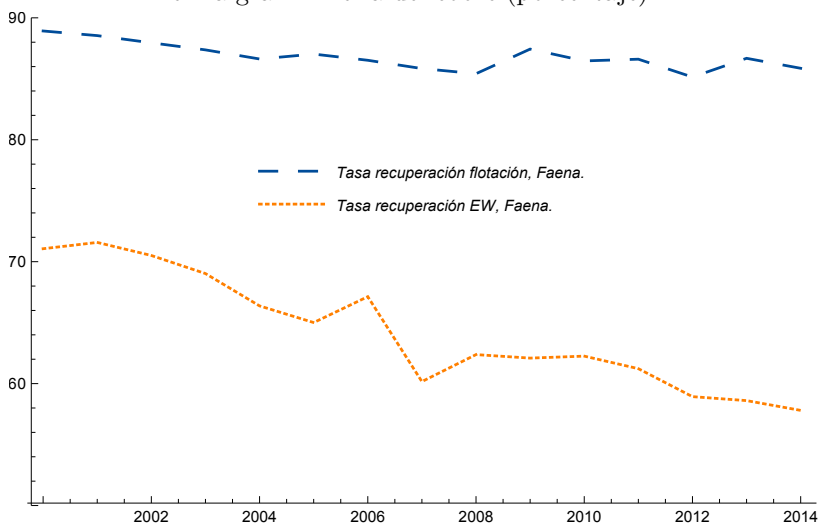


Adicionalmente, de los datos también se puede concluir que la tasa de recuperación -promedio por faena- para dicho período sigue similar patrón al de la ley. En el caso de la tasa asociada al proceso de flotación se observa una caída relativamente menor con respecto a la caída que tuvo la tasa asociada al proceso de lixiviación. En el primer caso se observa una reducción de 3% para todo el período de análisis, mientras que la tasa de recuperación de la lixiviación muestra una caída de un 18% respecto al año 2000 (ver Figura 4).

<sup>23</sup> Los últimos datos disponibles señalan que 32% para 2014 y 31% para 2015 de la producción nacional de cobre proviene del proceso de lixiviación.



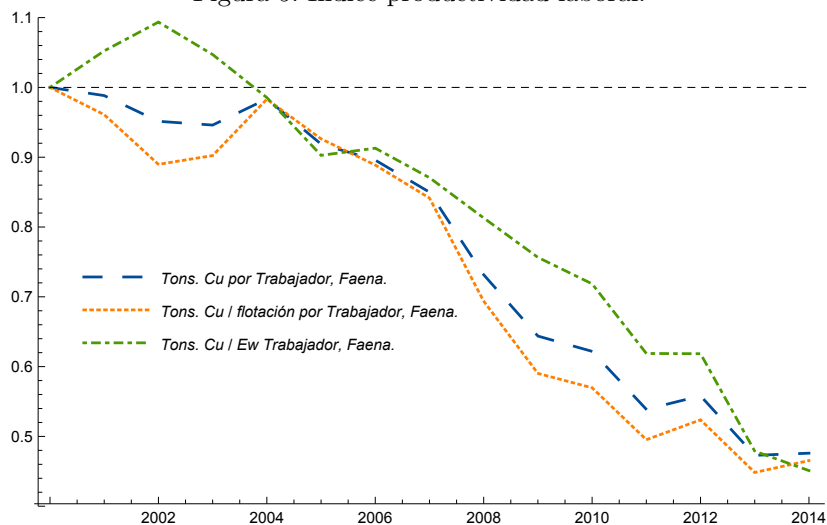
Figura 4. Tasa promedio de recuperación por faena en la gran minería del cobre (porcentaje).



Por tanto, es necesario considerar para el análisis el impacto que tiene en la productividad la pérdida de eficiencia en dichos procesos, en particular el asociado al material lixiviable. Esto último considerando que el cobre obtenido a través de éste proceso se caracteriza por: (i.) representar alrededor de 35-40 % de la producción total; (ii.) tener una ley mucho menor que la de sulfuros (fue de 1 % a 0.6 % en el período de análisis); y (iii.) tener una tasa de recuperación inferior a la de sulfuros (fue de 71 % a 58 % en el período de análisis).

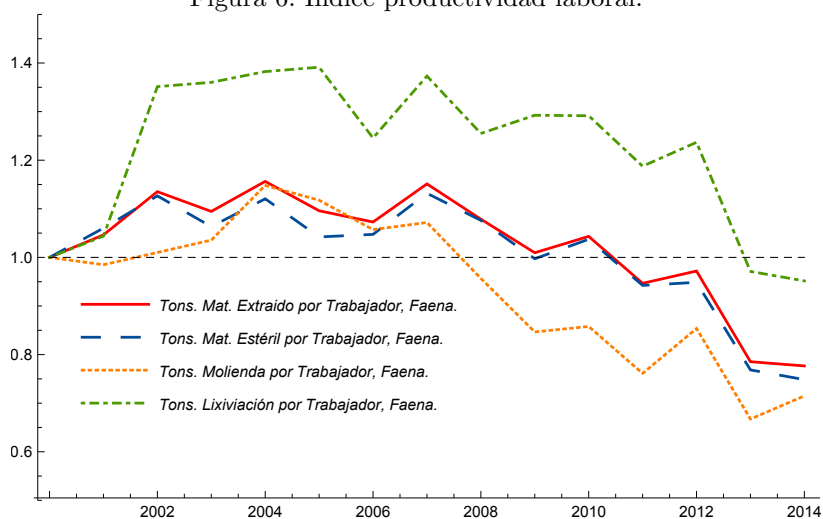
En la Figura 5 se pueden observar los índices de productividad laboral por faena asociados a la producción total de cobre, la producción de concentrados, y la producción de cátodos electro-refinados. Considerando lo antes expuesto, no es de extrañarse que, en tendencia, todos los índices de productividad hayan caído. En los tres casos se observa que, para todo el período, la caída de las productividades está entre un 45-48 %.

Figura 5. Índice productividad laboral.



No obstante el patrón anterior, al hacer el mismo análisis para el mineral extraído, tanto de sulfuros como de óxidos, se observa un incremento en la productividad laboral. Específicamente, las toneladas de mineral extraído para lixiviación por trabajador se incrementó un 38 % entre 2000/2004, mientras que para el resto del período se observa una caída de 43 %, principalmente a los dos últimos períodos de análisis. Respecto al año base la variación termina siendo un 5 % (ver Figura 6). En el caso de las toneladas por trabajador que fueron destinadas a molienda se observa un incremento de 15 % para el período 2000/2004, posterior al año 2004 la evolución presenta una caída anual de alrededor 4 %, lo que lleva a una contracción de 43 % para el período 2004/2014. Por tanto, respecto al año base la evolución de la productividad laboral para el material destinado a molienda resultó ser de 28 %. Por último, al analizar la evolución tanto del material estéril por trabajador como del material total extraído por trabajador, se observa un incremento en la cantidad de toneladas por trabajador de 12-16 % entre 2000/2004 para luego mostrar una tendencia negativa que resultó en una contracción total de 37-38 % para el período 2004/2014.<sup>24</sup> Para el período completo se observa una caída de 25-22 %. Exceptuando el caso de la productividad laboral de la lixiviación, se puede observar un patrón para el resto de las métricas que dice sobre una caída en las métricas a partir de 2007. Parte de aquél patrón tiene mucho que ver con el nivel de empleo que demanda el sector a partir de dicho período (ver Figura 7).

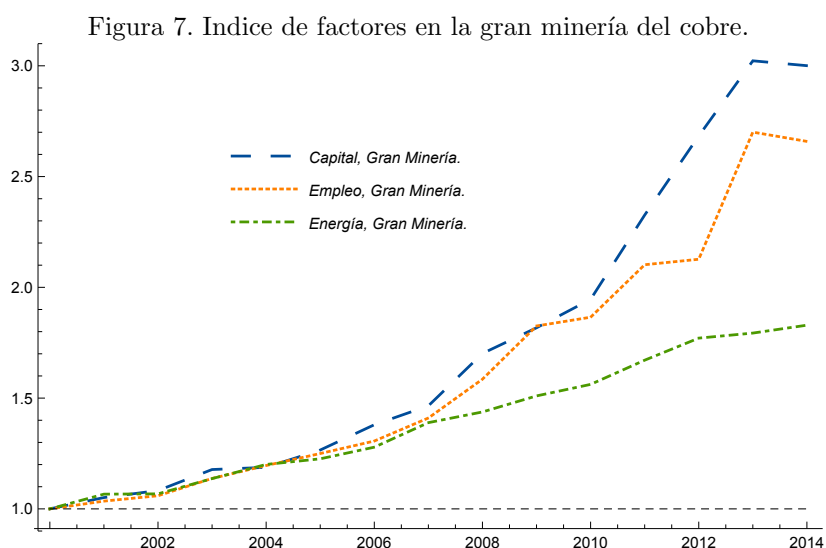
Figura 6. Índice productividad laboral.



A partir de los datos de Cochilco también es posible analizar la evolución de algunos insumos claves en el proceso productivo durante el ciclo de precios. Específicamente, se observa que la industria reaccionó aumentando significativamente la demanda por insumos, especialmente mano de obra y capital físico. Si bien durante el período 2000/2007 se observan tasas de crecimiento similares entre los factores, es a partir de 2007 que dicho sector concentra sus esfuerzos en el incremento del *stock* de capital y en el nivel de empleo. Por ello no es de extrañarse que las cifras de

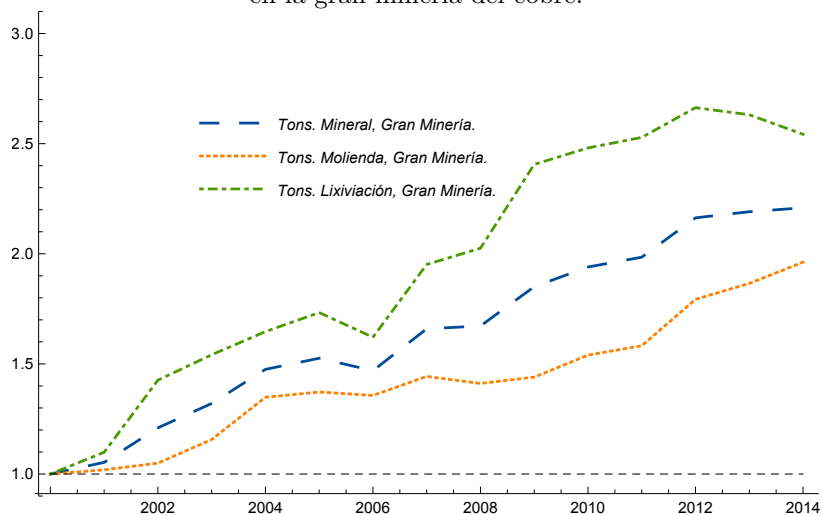
<sup>24</sup> No es de extrañarse que ambas series sean muy similares, pues el material estéril representa alrededor de un 72 % del material extraído del yacimiento.

productividad laboral vistas anteriormente muestren caídas significativas alrededor de 2007 (ver Figura 1 y Figura 6 por ejemplo). Esto último se ve reforzado con los datos a nivel agregado que muestran que para el período 2000/2007 el nivel de empleo directo en la gran minería del cobre aumentó alrededor de un 40 %, mientras que para el período 2007/2014 dicho incremento fue de 88 %. En el caso del *stock* de capital dichas cifras fueron, un 47 % y un 105 %, respectivamente (ver Figura 7). Cabe recordar que -probablemente- estas últimas cifras estén sobrestimando el capital que efectivamente está siendo utilizado de manera productiva, considerando los plazos que tienen las inversiones en dicho sector para entrar en régimen. En el caso del consumo de energía (tanto eléctrico como de combustible) se observa un patrón mucho más estable respecto a la tasa de crecimiento. Específicamente se observa que durante todo el período el consumo de energía creció en promedio un 4.5 % anual. Esto significó un incremento de 83 % para todo el período de análisis.



Análogamente, considerando los esfuerzos en materia de insumos, el resultado que se observa a nivel de sector respecto al mineral extraído procesado refuerza la idea que el uso de los factores se pudieron haber concentrado en los procesos asociados a lixiviación más que en el proceso de flotación. La Figura 8 muestra la evolución del mineral procesado por la gran minería del cobre. De los datos se puede concluir que el incremento más significativo se le imputa al material lixiviable, cuyo incremento para todo el período fue de 150 %. Mientras que para el material de sulfuros el incremento termina siendo un 96 %.

Figura 8. Índice de mineral utilizado  
en la gran minería del cobre.



### ¿Por qué resulta relevante estudiar la productividad del sector minero?

Principalmente porque el sector minero en Chile incide significativamente en el desempeño de la economía, tanto directa como indirectamente. De manera directa, la minería representa más del 10 % del PIB, más del 50 % de las exportaciones y cerca del 20 % de los ingresos fiscales en la última década (Meller, 2013). De manera indirecta, la minería impacta a través de diferentes efectos multiplicadores. Según estimaciones, se considera que por cada empleo generado en el sector minero hay al menos 2 empleos generados indirectamente en otros sectores (Cochilco, 2012). Adicionalmente, los períodos de alto crecimiento de la PTF agregada se vinculan directamente con períodos de alto crecimiento de la PTF minera.<sup>25</sup>

En términos relativos Chile es un país pequeño respecto al mundo, con la excepción del cobre. Chile produce cerca de un tercio de la producción de cobre mundial y posee un tercio de las reservas mundiales estimadas. Existen inversiones en carpeta por US\$ 77.000 millones para el período 2014/2024 (Cochilco, 2015); en un escenario positivo la máxima producción aumentaría en 65 % al 2035 a 9.54 millones de toneladas métricas (Lagos et al., 2015). En conclusión, el cobre es y seguirá siendo importante para Chile durante las próximas décadas. Por tanto, resulta necesario disponer de más y mejor información del proceso productivo para la formulación de acciones adecuadas, tanto a nivel público como privado, y así potenciar al sector y por ende el resto de la economía.

<sup>25</sup> UAI/CORFO, (2014).

## MARCO TEÓRICO

El marco teórico utilizado para este trabajo es el de la firma. La literatura en este sentido tiende a utilizar la función del tipo Cobb-Douglas para describir el proceso productivo.<sup>26</sup> Considerando esto, y además el hecho que la producción depende exógenamente de la calidad del recurso natural (ley del mineral),<sup>27</sup> la función de producción a nivel de operación viene descrita por la siguiente expresión,

$$Y_{i,t} = A_i (K_{i,t})^\alpha (H_{i,t})^\beta (L_{i,t})^\gamma \exp\{\xi_{i,t}\} \quad (1)$$

donde  $A_i$  captura la productividad de la faena  $i$ , mientras que los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  representan<sup>28</sup> las tecnologías asociadas al capital físico, la mano de obra<sup>29</sup> y al recurso natural,<sup>30</sup> respectivamente. Por último, el término  $\xi_{i,t}$  captura el resto de los posibles efectos capaces de influenciar la producción, tales como *shocks* productivos, *shocks* de precios, ineficiencias, errores de medición, etc.

Para el análisis también resulta necesario considerar, siguiendo a Syed et al. (2013) y Topp et al. (2008), la existencia de rezagos entre la adquisición de capital y su impacto en la producción. Dicho de otra forma, el período en el que se contabiliza la nueva inversión en capital físico no necesariamente es aquel donde también este está operando.

Cabe mencionar también que este trabajo, a diferencia de lo desarrollado por Cochilco (2013) o Syed et al. (2013),<sup>31</sup> utiliza simultáneamente los datos de la ley del mineral como también el consumo energético a nivel operacional.<sup>32</sup> En el caso de la ley del mineral esta es incorporada como un insumo más en la función de producción de cobre. En el caso del consumo eléctrico, este es utilizado para corregir la intensidad de uso del capital físico. En este sentido lo que se hizo fue replicar la metodología de UAI/CORFO (2014), considerando además la propuesta de Topp et al (2008). Específicamente, se plantea una relación entre capital físico y nivel de consumo de energía del tipo,<sup>33</sup>

$$e_{i,t} = \varsigma_i + \theta k_{i,t-1} + \epsilon_{i,t} \quad (2)$$

donde,  $e_{i,t}$  es el logaritmo del consumo de energía de la operación<sup>34</sup>  $i$  en el período  $t$ , y  $k_{i,t-1}$  es el logaritmo del *stock* del capital físico rezagado un período. Por tanto, el capital ajustado pasa a ser,

$$\tilde{K}_{i,t} = \exp\{\hat{\epsilon}_{i,t}\} \times K_{i,t-1}$$

<sup>26</sup> Si bien existe la posibilidad de desarrollar este análisis utilizando una forma funcional más general como la Trans Logarítmica, los resultados que se observan en la literatura tienden a ser contradictorios y por tanto estos mismo terminan utilizando la propia función Cobb-Douglas.

<sup>27</sup> Este factor exógeno determina la proporción del material procesado por la operación que terminará siendo el producto final. Ceteris paribus el resto de los factores, a mayor ley del mineral se puede generar mayor producción. Si bien existe algún grado de libertad respecto a la ley que se puede explotar en un período determinado, la tendencia en toda operación es que la ley vaya cayendo, a no ser que se encuentre otro yacimiento. Sin embargo, dicha situación no es tan recurrente, ni mucho menos el que se comience a explotar inmediatamente el nuevo yacimiento.

<sup>28</sup> Específicamente, cada una representa la elasticidad producto.

<sup>29</sup> Que en este caso es medido como nivel de empleo (cantidad de trabajadores).

<sup>30</sup> En el caso del recurso mineral se utilizan métricas asociadas a: (i.) la ley del mineral; (ii.) al nivel de reservas, o (iii.) la producción acumulada. Ver por ejemplo, Stollery (1985), Lasserre y Ouellette (1988), Young (1991), Tilton y Landsberg (1999), Managi et al. (2005), Rodríguez y Arias (2008), Loughton (2011), Zheng y Bloch (2014).

<sup>31</sup> En estos casos la producción del mineral es corregida por la ley ó el consumo de energía. Además, en el caso de Cochilco (2013) se trabaja con el valor agregado y no con una medida real como es el caso de este estudio.

<sup>32</sup> En este sentido se asemeja al estudio realizado por Cochilco (2014). La diferencia con ese trabajo radica en la estimación de distintos modelos y las metodologías econométricas utilizadas para la estimación.

<sup>33</sup> Suponiendo  $\epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma^2)$ .

<sup>34</sup> Acá no sólo es considerado el consumo eléctrico, sino también el consumo de combustible fósil.

donde  $\widehat{\epsilon}_{i,t}$  es el residuo estimado por la regresión (2). Al aplicar logaritmo a (1) -considerando la corrección previa- se obtiene,

$$y_{i,t} = a_i + \alpha \widetilde{k}_{i,t} + \beta h_{i,t} + \gamma l_{i,t} + \xi_{i,t} \quad (3)$$

Por tanto, en este caso la medida de productividad multifactorial a nivel faena se obtiene de la diferencia entre el logaritmo del producto efectivo y el estimado por el modelo,

$$\exp \left\{ y_{i,t} - \widehat{\alpha} \widetilde{k}_{i,t} - \widehat{\beta} h_{i,t} - \widehat{\gamma} l_{i,t} \right\} = \exp \left\{ \widehat{a}_i + \widehat{\xi}_{i,t} \right\} \quad (4)$$

En este caso la estimación de productividad incorpora  $\widehat{\xi}_{i,t}$ , considerando que este captura *shocks* de productividad no observados por la firma.<sup>35</sup>

En una primera instancia el modelo en (3) es estimado mediante la metodología de *Máxima Verosimilitud* (desde ahora MLE) bajo el supuesto que  $\xi_{i,t} \sim N(0, \sigma_\xi^2)$ . Posteriormente se incluye un término que ayuda a descomponer la productividad entre tendencia de largo plazo y *shocks* productivos. En particular, considerando Aghion y Howitt (1992)<sup>36</sup> se tiene que,

$$y_{i,t} = a_i + t\mu + \alpha \widetilde{k}_{i,t} + \beta h_{i,t} + \gamma l_{i,t} + \xi_{i,t} \quad (5)$$

donde  $\mu$  se interpreta como la tasa promedio de variación anual de la productividad total de factores. En ese sentido, si  $\mu < 0$ , entonces se puede concluir que la productividad total de factores se ha ido deteriorando a través del tiempo a una tasa promedio  $\mu$ . Si bien, considerando los resultados de estudios previos es posible que aquello suceda, no hay que tomar necesariamente esto como que la productividad como un todo ha empeorado, pues aún pueden haber otros componentes de la propia productividad -*shocks* productivos no observados,<sup>37</sup> que permitan a la productividad aumentar, al menos durante un período particular de tiempo. Cabe mencionar que entre los posibles efectos que podría estar capturando el caso de  $\mu < 0$  está el tema de las ineficiencias<sup>38</sup> que se pueden generar -y en parte perpetuar- a través del tiempo.

Una extensión respecto al modelo anterior tiene que ver con la posibilidad que la tendencia de largo plazo tenga un patrón no lineal. De esta forma también se estima el siguiente modelo,

$$y_{i,t} = a_i + t\mu + t^2\tau + \alpha \widetilde{k}_{i,t} + \beta h_{i,t} + \gamma l_{i,t} + \xi_{i,t} \quad (6)$$

<sup>35</sup> Dicho de otra forma, todo error aleatorio del tipo ruido blanco es minimizado al punto que lo único que queda como residuo sería una aproximación a los *shocks* productivos no observados.

<sup>36</sup> En el modelo desarrollado por Aghion y Howitt (1992) se tiene que el nivel de productividad  $A_t$  viene dado por,

$$A_t = A_0 \gamma^t$$

donde  $A_0$  es el nivel de productividad inicial y  $\gamma$  representa un factor de variación respecto al primero.

<sup>37</sup> Por ejemplo, el shock ocurre posterior a la elección de insumos afectando la capacidad de estos, y por tanto afecta la medida total de productividad.

<sup>38</sup> Por ejemplo: de gestión, de coordinación, de regulación, etc.

donde  $\tau$  se entiende como la variación de la tasa de crecimiento de la productividad multifactorial.

Tomando en cuenta la posibilidad de que  $\mu < 0$ , un tercer modelo considerado para el análisis proviene de la literatura de frontera estocástica.<sup>39</sup> La propuesta que plantea este marco teórico radica en la introducción de un nuevo término de error que captura ineficiencias. En este sentido los supuestos que se consideran para dicho término de error tienen que ver con la elección de alguna distribución con soporte positivo. Comúnmente entre las distribuciones más utilizadas por esta literatura están: (i) normal truncada; (ii) exponencial; y (iii.) gamma.

A modo de resumen, la literatura de frontera estocástica plantea como medida de eficiencia técnica la siguiente expresión,

$$TE_{i,t} = \frac{y_{i,t}}{f(x_{i,t}, \beta)} \quad (7)$$

donde,  $y_{i,t}$  representa el nivel efectivo de producción alcanzado por la firma  $i$  en  $t$ ; mientras que  $f(x_{i,t}, \beta)$  representa la función de producción determinística de la firma  $i$  en  $t$ , la cual depende de los insumos productivos  $x_{i,t} \in \mathbb{R}_+^L$  y de los parámetros -tecnologías si se quiere- resumidos en los parámetros  $\beta \in \mathbb{R}^K$ . Esta última expresión representa el nivel de producción eficiente localizado en la frontera de producción. Por tanto  $TE_{i,t} \in [0, 1]$ , y si  $TE_{i,t} = 1$  entonces se dice que la firma es eficiente.

Ahora, considerando que: (i.)  $y_{i,t} = f(x_{i,t}, \beta) \exp\{\xi_{i,t}\} \exp\{-u_{i,t}\}$ , es decir la producción efectiva tiene un componente asociado a *shocks* productivos ( $\xi_{i,t}$ ) y un componente asociado a ineficiencias ( $u_{i,t}$ ); y (ii.) que ambos no son observados de manera independiente. Entonces, la estimación del término de ineficiencia termina siendo condicional a los supuestos asociados a la distribución conjunta de  $\xi_{i,t}$  y  $u_{i,t}$ ,

$$\widehat{TE}_{i,t} = E [\exp\{-u_{i,t}\} / \xi_{i,t} - u_{i,t}] \quad (8)$$

En este caso el modelo a estimar resulta muy similar a (3) con la salvedad que se añade dicho término de ineficiencia, y se trabaja bajo el supuesto asociado a la distribución de dicho término de error. Es decir,

$$y_{i,t} = a_i + \alpha \tilde{k}_{i,t} + \beta h_{i,t} + \gamma l_{i,t} + \xi_{i,t} - u_{i,t} \quad (9)$$

donde, siguiendo a Battese y Coelli (1995),

$$u_{i,t} = \exp\{-\eta(t - T_i)\} u_i \quad (10)$$

$$\xi_{i,t} \sim N(0, \sigma_\xi^2) \quad (11)$$

$$u_i \sim N^+(\mu_u, \sigma_u^2) \quad (12)$$

---

<sup>39</sup> Ver Aigner, D., Lovell, C. K., y Schmidt, P. (1977); Meeusen, W., y Van den Broeck, J. (1977); Kumbhakar, S. C. (1990); Battese, G. E., y Coelli, T. J. (1995), entre otros.

donde  $T_i$  es el período final de la observación  $i$ , y  $u_i$  representa la ineficiencia de la observación al final del período de estudio. El signo que tome el parámetro  $\eta$  definirá la trayectoria que tenga la ineficiencia. Cuando  $\eta > 0$  el grado de ineficiencia va decreciendo a través del tiempo, mientras que con  $\eta < 0$  las ineficiencias se van acentuando.

Otra extensión adicional al modelo (3) tiene que ver con la persistencia de los *shocks* a través del tiempo. Esto considerando las características del sector, en particular, lo intensivo en capital físico y su dependencia a un factor exógeno como la calidad del recurso natural.<sup>40</sup> Esta idea de persistencia es tomada de los trabajos realizados por Blundell y Bond (1998). Específicamente, se tiene el modelo en (3) pero considerando,

$$y_{i,t} = a_i + \alpha \tilde{k}_{i,t} + \beta h_{i,t} + \gamma l_{i,t} + \xi_{i,t} \quad (13)$$

$$\xi_{i,t} = \delta \xi_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (15)$$

Por tanto, el nuevo modelo a estimar sería,

$$y_{i,t} = (1 - \delta) a_i + \delta y_{i,t-1} + \alpha \tilde{k}_{i,t} - \delta \alpha \tilde{k}_{i,t-1} + \beta h_{i,t} - \delta \beta h_{i,t-1} + \gamma l_{i,t} - \delta \gamma l_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (16)$$

Mientras que si se considera el modelo en (5) se tiene,

$$\begin{aligned} y_{i,t} = & (1 - \delta) a_i + \delta y_{i,t-1} + t \mu - \delta(t - 1) \mu + \alpha \tilde{k}_{i,t} - \delta \alpha \tilde{k}_{i,t-1} \\ & + \beta h_{i,t} - \delta \beta h_{i,t-1} + \gamma l_{i,t} - \delta \gamma l_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \end{aligned} \quad (17)$$

Una extensión al modelo (17) es la incorporación de un término cuadrático asociado a la tendencia,

$$\begin{aligned} y_{i,t} = & (1 - \delta) a_i + \delta y_{i,t-1} + t \mu \delta(t - 1) \mu + t^2 \tau - \delta(t - 1)^2 \tau \\ & + \alpha \tilde{k}_{i,t} - \delta \alpha \tilde{k}_{i,t-1} + \beta h_{i,t} - \delta \beta h_{i,t-1} + \gamma l_{i,t} - \delta \gamma l_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \end{aligned} \quad (18)$$

Por otro lado, siguiendo a Cornwell et al (1990) y su alternativa al modelo de Battese y Coelli (1995), se estiman especificaciones que consideran tendencias propias a cada faena. Específicamente, el primer modelo sólo considera una tendencia lineal propia a cada observación,

$$\begin{aligned} y_{i,t} = & (1 - \delta) a_i + \delta y_{i,t-1} + t \mu_i - \delta(t - 1) \mu_i + \alpha \tilde{k}_{i,t} - \delta \alpha \tilde{k}_{i,t-1} \\ & + \beta h_{i,t} - \delta \beta h_{i,t-1} + \gamma l_{i,t} - \delta \gamma l_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \end{aligned} \quad (19)$$

---

<sup>40</sup> En el sentido se trabaja bajo el supuesto que no existen cambios radicales y extremos en la calidad del recurso en el corto plazo, ni la capacidad del capital de ajustarse inmediatamente a dichos eventos. Este supuesto es razonable acorde a trabajadores de empresas del sector.



mientras que la segunda especificación considera la no linealidad de la misma tendencia,

$$y_{i,t} = (1 - \delta) a_i + \delta y_{i,t-1} + t \mu_i - \delta(t-1) \mu_i + t^2 \tau_i - \delta(t-1)^2 \tau_i \\ + \alpha \tilde{k}_{i,t} - \delta \alpha \tilde{k}_{i,t-1} + \beta h_{i,t} - \delta \beta h_{i,t-1} + \gamma l_{i,t} - \delta \gamma l_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (20)$$

Considerando la relevancia que tiene el uso de energía en el proceso productivo, se estiman modelos equivalentes a (9), (17), (18), (19) y (20) con la inclusión directa de dicha variable en la función de producción. En este caso el modelo a estimar es,

$$Y_{i,t} = A_i (K_{i,t-1})^\alpha (H_{i,t})^\beta (L_{i,t})^\gamma (E_{i,t})^\phi \exp\{\xi_{i,t}\} \quad (21)$$

donde  $E_{i,t}$  se define como el consumo de energía utilizada por la faena  $i$  durante el período  $t$ , y  $K_{i,t-1}$  es el *stock* de capital físico rezagado en un período.

Por último, tomando en consideración los argumentos de Topp et. al (2008) respecto al uso efectivo del capital físico debido al período de entrada en régimen de la inversión, y por otro lado, siguiendo la propuesta de Costello (1993) asociado a la utilización del consumo de energía como *proxy* del nivel de utilización efectivo del capital, se estiman los modelos (9), (17), (18), (19) y (20) sustituyendo el nivel de capital real corregido por intensidad de uso  $\widehat{K}_{i,t}$  por el nivel real de consumo de energía - medido en  $GWh_{i,t}$ . Esto último se traduce en estimar el aporte de cada uno de los factores a partir del siguiente modelo,

$$Y_{i,t} = A_i (E_{i,t})^\alpha (H_{i,t})^\beta (L_{i,t})^\gamma \exp\{\xi_{i,t}\} \quad (22)$$

## RESULTADOS

Se utiliza máxima verosimilitud (MLE) para obtener estimaciones consistentes de los parámetros y aprovechar los criterios de información para seleccionar los modelos que mejor ajustan. La información utilizada para las estimaciones proviene de Cochilco a partir de la información que solicita anualmente a cada una de las operaciones. Los datos son a nivel de faena de la gran minería del cobre entre el año 2000 y 2014. Las variables a utilizar en el análisis son: (i.) toneladas métricas de cobre fino equivalente ( $Y_{i,t}$ ); (ii.) capital físico en millones de dólares de 2013 ( $K_{i,t}$ ); (iii.) nivel de empleo ( $H_{i,t}$ ); (iv.) consumo de energía en GWh ( $E_{i,t}$ ); y (iv) ley de cobre promedio ( $L_{i,t}$ ). Se cuenta con un panel des-balanceado considerando que alguna de las observaciones entraron en operación después de 2000.<sup>41</sup> En todas las regresiones se incluye una variable *dummy* por faena.

Las estimaciones de los distintos modelos estáticos -(3), (5), (6), y (9)- de la Tabla 1 (ver Anexo) muestran la significancia de cada uno de los insumos, exceptuando el caso del modelo (3), donde el parámetro asociado a la mano de obra es el que presenta no significancia.<sup>42</sup>

Considerando los criterios de información se puede concluir que el modelo (3) pierde validez respecto a las otras propuestas. Todos los modelos -tanto (5), (6) como (9)- que incorporan una variable de tendencia muestran un mejor ajuste que el modelo simple del tipo Cobb-Douglas.<sup>43</sup> Además, de manera consistente la incorporación de dicha tendencia resulta significativa y negativa en todos los casos. Es decir, el comportamiento o tendencia de largo plazo que muestra la productividad multifactorial de una faena representativa de la muestra es un deterioro de la capacidad productiva de los factores en su conjunto. Cabe señalar que dicha tendencia se obtiene una vez ajustando por los factores endógenos a la firma (capital y trabajo) como los exógenos (ley del recurso mineral).<sup>44</sup>

Por criterios de información<sup>45</sup> se concluye que de los modelos presentados en la Tabla 1 el que mejor ajusta es el de frontera estocástica, modelo (9). Considerando esto último, se concluye que para una faena promedio de la muestra el componente de productividad asociado a ineficiencia se fue incrementando a través del tiempo hasta llegar a un 27% respecto al año base (ver Figura 9). Es más, dicha ineficiencia es capaz de cancelar todo efecto “virtuoso” de los *shocks* productivos a partir de 2008. De hecho, previo a 2008 las ineficiencias eran mínimas comparado con los shocks productivos. Es más, la PTF en su conjunto logró crecer hasta un *peak* de 6% en 2004 respecto al año base. Sin embargo, al analizar el período completo se tiene que -aproximadamente- la PTF sufre una caída de 21%.

<sup>41</sup> Si bien los datos consideran 28 observaciones, se optó por trabajar con 26 pues existen dos faenas que cuentan con una sola observación por el hecho de haber comenzado operaciones el último período 2014.

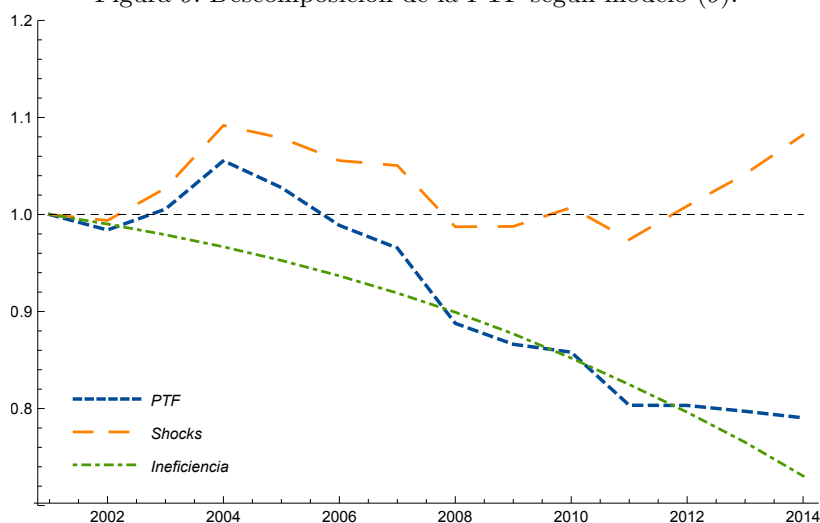
<sup>42</sup> Esto significa que no se puede rechazar la hipótesis de que el parámetro sea igual a cero. Es decir, que dicho insumo no tenga incidencia en el proceso productivo.

<sup>43</sup> Se entiende como “mejor ajuste” al hecho que el valor que toma el criterio de información asociado a un determinado modelo es el más negativo respecto al de los otros modelos. De esta forma -cuando esto sucede- se puede afirmar con rigurosidad estadística que el modelo asociado a dicho estadístico explica mejor el proceso productivo que el resto de los modelos.

<sup>44</sup> Se opta por mencionar el factor ley como exógeno pues, si bien toda faena lleva a cabo un plan estratégico de extracción que considera la estimación de la ley como las características del material tratado, el resultado efectivo igual termina siendo una realización aleatoria con una tendencia negativa de largo plazo que representa el deterioro de la calidad del recurso mineral.

<sup>45</sup> Tanto Akaike (AIC), Bayesiano (BIC), Akaike con corrección en muestras finitas (AICc), y Hannan-Quinn (HQC).

Figura 9. Descomposición de la PTF según modelo (9).



Ahora, si se considera el supuesto que los *shocks* productivos presentan un cierto grado de persistencia, entonces los modelos a estimar son los presentados desde (16) a (20). Como primera conclusión de este ejercicio se puede afirmar que los modelos de la Tabla 1 pierden fuerza respecto a los modelos presentados en la Tabla 2 (ver Anexo). Es más, según los criterios de información utilizados se puede observar que los modelos (17) y (19) ajustan mejor que el modelo (9) y el resto de los modelos de la Tabla 2.<sup>46</sup> Por último, cabe mencionar que para todas las estimaciones se impusieron las restricciones no lineales de los modelos.<sup>47</sup>

Considerando los distintos criterios de información se estima la productividad multifactorial del modelo (17) a partir del promedio ponderado de las tasas de crecimiento de las faenas respecto al año base. De las estimaciones se observa que para los primeros períodos de análisis -2001/2004- la productividad multifactorial se incrementó un 7%,<sup>48</sup> mientras que para el período 2004/2014 la productividad multifactorial cae un 23%, aproximadamente (ver Figura 10). Esto último se traduce en una variación negativa para el período completo de análisis de un 16%. Al descomponer la PTF en un componente tendencial de largo plazo y *shocks* productivos, se observa para el caso del primero una caída de 31% entre 2001/2014, mientras que para el segundo se observa un incremento de 22%.

Cuando se revisa la hipótesis nula que los *shocks* productivos de (17) siguen una distribución  $N(0, \sigma^2) - \sigma^2$  obtenido en la estimación- se tiene que el test Kolmogorov-Smirnov rechaza dicha hipótesis,<sup>49</sup> mientras que el test Cramér-von Mises es incapaz de rechazar -débilmente- la hipótesis nula al 5%.<sup>50</sup> Sin embargo, dicha hipótesis pierde fuerza cuando ambos test entregan una fuerte evidencia de que los *shocks* productivos deben seguir con mayor probabilidad una

<sup>46</sup> Para el caso de BIC y HQC el modelo que mejor ajusta es (17), mientras que para AIC y AICc es el modelo (19).

<sup>47</sup> Específicamente, los parámetros asociados a las variables rezagadas deben cumplir con la restricción que su valor debe ser igual al negativo de la multiplicación entre la variable de la persistencia y el parámetro de la variable en cuestión. Por ejemplo, en el caso del capital el parámetro asociado al rezago de esta variable debe ser igual a  $-\delta \cdot \alpha$ .

<sup>48</sup> Por el hecho de incorporar persistencia en los *shocks* productivos no se puede proyectar valores para el período 2000.

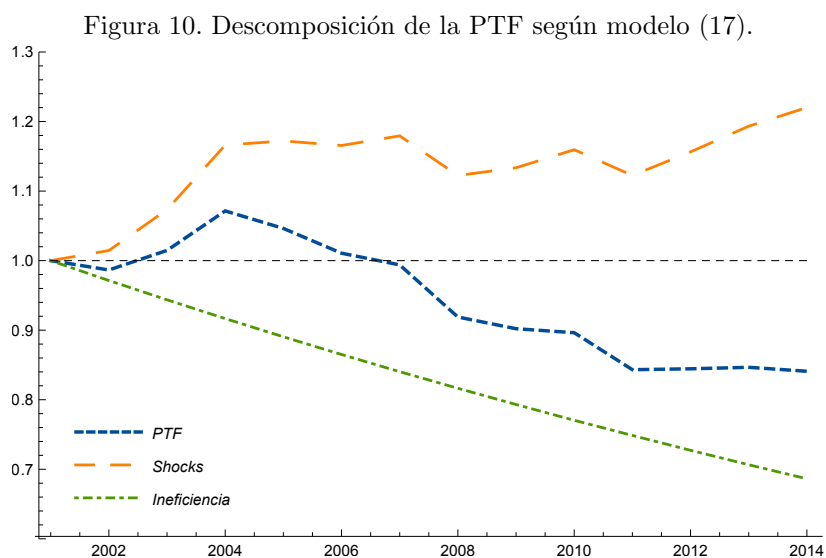
<sup>49</sup> El *p-value* del test es 0.034.

<sup>50</sup> El *p-value* es 0.056.

distribución del tipo  $t_\nu(\mu, \sigma)$ ,<sup>51</sup> con  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 0.072$  y  $\nu = 3.3$ .<sup>52</sup>

Ahora, considerando a (19) como el modelo que mejor ajusta, se tiene que durante el período 2001/2004 la PTF aumentó 9%. Posteriormente, para el período 2004/2014 la productividad cae un 21% (ver Figura 11). Entonces, para el período completo se tiene que la productividad total de factores cae alrededor de 12%. Cuando se descompone en tendencia y *shocks* se tiene que el componente de largo plazo presenta una caída de 22% para el período de análisis. En el caso de los *shocks* productivos se tiene que el incremento para todo el período fue de 14%, aproximadamente.

La hipótesis nula que los *shocks* productivos de (19) siguen una distribución  $N(0, \sigma^2)$  -con  $\sigma^2$  estimado- se rechaza, tanto para el caso del test Kolmogorov-Smirnov como para el test Cramér-von Mises.<sup>53</sup> Por el otro lado, los mismos test aceptan con mayor probabilidad la hipótesis alternativa que los *shocks* siguen una distribución del tipo  $t_\nu(0, 0.064)$ , con  $\nu = 3.4$ .



En resumen, de las estimaciones presentadas en la Tabla 2 se puede concluir que la tendencia negativa de la productividad multifactorial persiste cada vez que es incluida. Para el caso del modelo (19) de manera categórica se acepta la hipótesis que la distribución del parámetro asociado a la pendiente  $-\mu_i$  sigue una distribución del tipo  $t_\nu(-0.023, 0.02)$ , con  $\nu = 1.82$ .<sup>54</sup> En el caso de (20) se acepta la hipótesis que  $-\mu_i$  sigue una distribución del tipo  $N(-0.02, 0.13)$ ,<sup>55</sup> mientras que también se acepta la hipótesis que  $-\tau_i$  sigue una distribución del tipo  $t_\nu(0, 0.0034)$ , con  $\nu = 1.67$ .<sup>56</sup>

<sup>51</sup> Es decir, siguen una distribución *t-Student* con  $\nu > 0$  grados de libertad y parámetros  $\mu = 0$  y  $\sigma > 0$ .

<sup>52</sup> A modo de ejemplo, el valor que toma la *loglikelihood* en el primer caso es de 252, mientras que para el último caso dicho valor está alrededor de 269. También el *p-value* de los test Kolmogorov-Smirnov y Cramér-von Mises para la hipótesis nula que se distribuyen  $t_\nu(\mu, \sigma)$  son 0.74 y 0.60, respectivamente.

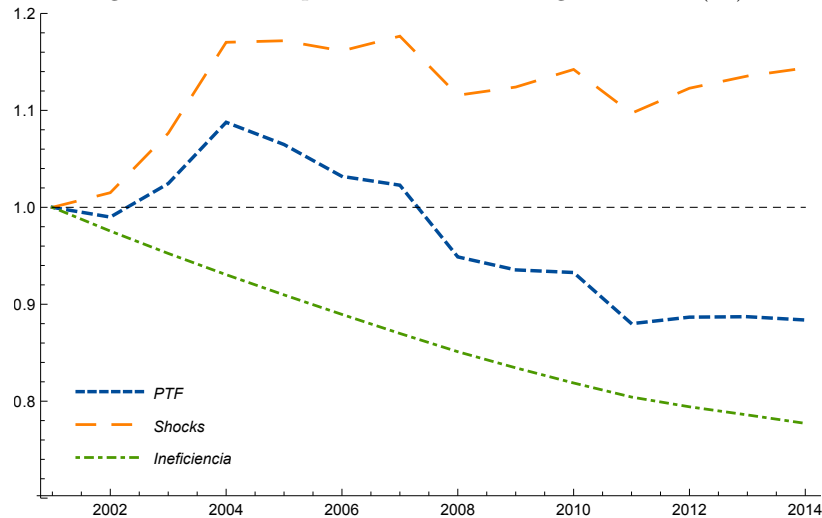
<sup>53</sup> Los *p-value* son 0.014 y 0.038, respectivamente.

<sup>54</sup> El *p-value* del test Kolmogorov-Smirnov fue de 0.69, mientras que el *p-value* del test Cramér-von Mises fue de 0.65.

<sup>55</sup> El *p-value* del test Kolmogorov-Smirnov fue de 0.19, mientras que el *p-value* del test Cramér-von Mises fue de 0.20.

<sup>56</sup> El *p-value* del test Kolmogorov-Smirnov fue de 0.75, mientras que el *p-value* del test Cramér-von Mises fue de 0.77.

Figura 11. Descomposición de la PTF según modelo (19).



Ahora, considerando que: (i.) los modelos que mejor ajustan son (17) y (19); y (ii.) que tanto (17) como (19) no satisfacen de manera robusta los supuestos distributivos de los *shocks* productivos, es que se replican los modelos presentados en la Tabla 2 pero ahora bajo el supuesto que los *shocks* productivos se distribuyen  $t_\nu(\mu, \sigma)$ . Los resultados de dichas estimaciones son presentadas en la Tabla 3 (ver Anexo). Como primera conclusión se tiene que, al imponer el supuesto distributivo sobre los *shocks* productivos, todos los modelos de la Tabla 2 -menos (20)- pasan a tener un mejor ajuste según los criterios de información.<sup>57</sup>

Según los criterios de información HQC y BIC el modelo que mejor ajusta es (17a). Sin embargo, si el criterio es AIC o su corrección en muestras finitas -AICc- el modelo que mejor ajusta es (19a).

A diferencia del modelo (17), donde el supuesto distributivo no es aceptado de manera categórica, en (17a) la hipótesis que los *shocks* se distribuyen  $t_\nu(0, 0.057)$ , con  $\nu = 2.18$ ,<sup>58</sup> se acepta de manera categórica según el test Kolmogorov-Smirnov y Cramér-Von Mises.<sup>59</sup>

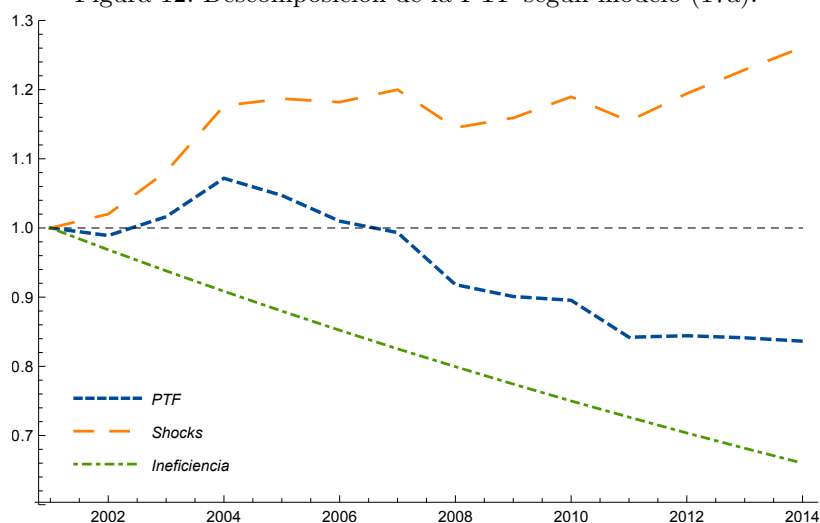
Por otro lado, ahora similar al caso de (17), la productividad multifactorial en (17a) presenta en una primera etapa -2001/2004- un incremento de 7%. Y similar al caso anterior, para el período 2004/2014 la productividad sufre una caída de 23%, observándose para el período completo una caída de la PTF de 16%. Al descomponer la serie de PTF en un componente de tendencia y *shocks* productivos, se puede observar que el primer componente sufre un deterioro (pérdida de eficiencia si se quiere) de un 34%, mientras que la otra fuente presenta un incremento cercano al 26% (ver Figura 12).

<sup>57</sup> No obstante dicha mejora de (20) en la Tabla 2 es tan marginal que son otros los modelos que son preferidos sobre éste bajo el nuevo supuesto distributivo.

<sup>58</sup> Siendo  $\sigma$  como  $\nu$  estimados.

<sup>59</sup> Los *p-value* son 0.85 y 0.96, respectivamente.

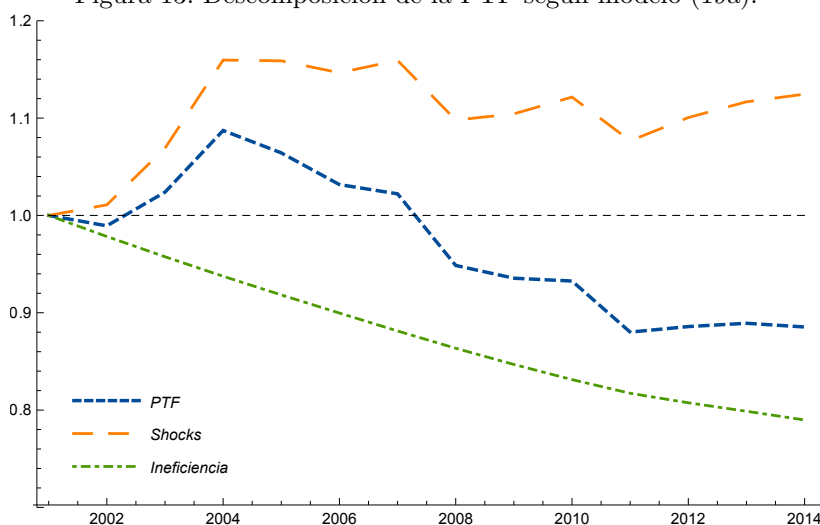
Figura 12. Descomposición de la PTF según modelo (17a).



Ahora, considerando a (19a) como el modelo que mejor ajusta, se acepta con una alta probabilidad<sup>60</sup> la hipótesis del modelo teórico, esto es, que los shocks se distribuyen  $t_\nu(0, 0.042)$ , con  $\nu = 1.6$ .<sup>61</sup> En el caso de los parámetros asociados a la tendencia  $-\mu_i-$ , se acepta la hipótesis que dichos parámetros provienen de una distribución  $t_\nu(-0.035, 0.02)$ , con  $\nu = 1.5$ .<sup>62</sup>

De la Figura 13 se puede concluir que la productividad multifactorial según (19a) presenta un incremento de 9% para el período 2001/2004 para luego caer un 20% entre 2004/2014. Esto implica que para todo el período de análisis la caída de la productividad multifactorial fue de 11%. Cuando se descompone en tendencia de largo plazo y *shocks* productivos se tiene que el primer componente presenta una caída de 17% entre 2001/2010 y de un 5% para el resto del período, mientras que el segundo componente presenta un incremento de 13% para todo el período de análisis.

Figura 13. Descomposición de la PTF según modelo (19a).



<sup>60</sup> El *p-value* según el test Kolmogorov-Smirnov es de 0.81 y para el caso del test de Cramér-Von Mises el *p-value* es de 0.82.

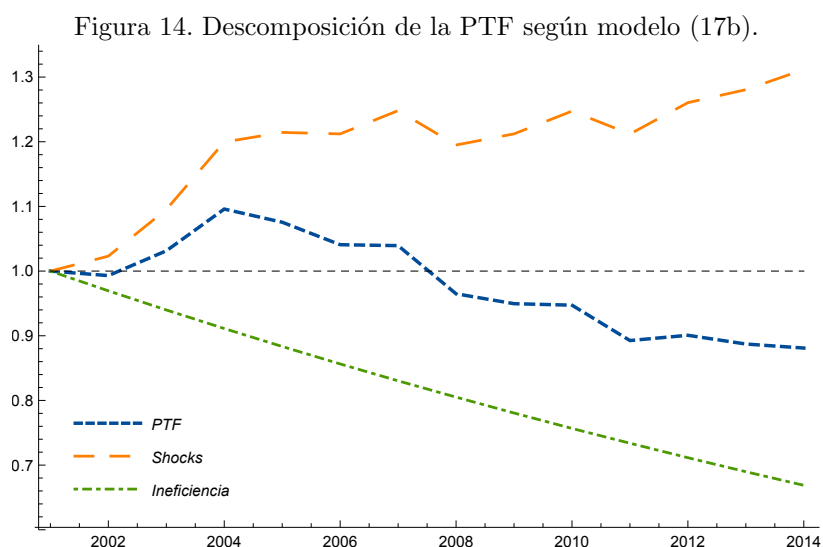
<sup>61</sup> Siendo  $\sigma$  como  $\nu$  estimados.

<sup>62</sup> En este caso los *p-value* del test Kolmogorov-Smirnov y del test Cramér-Von Mises fueron 0.69 y 0.62, respectivamente.

Habiendo analizado la productividad multifactorial utilizando -en parte- la corrección de uso del capital, ahora se analiza la misma medida productiva mediante un modelo que considera el consumo de energía como insumo directo. Tomando en cuenta los últimos resultados se opta por estimar modelos equivalentes a la Tabla 3 y al modelo de frontera estocástica (9). En la Tabla 4 (ver Anexo) se presentan los resultados de las estimaciones considerando a (21) como el modelo que representa el proceso productivo.

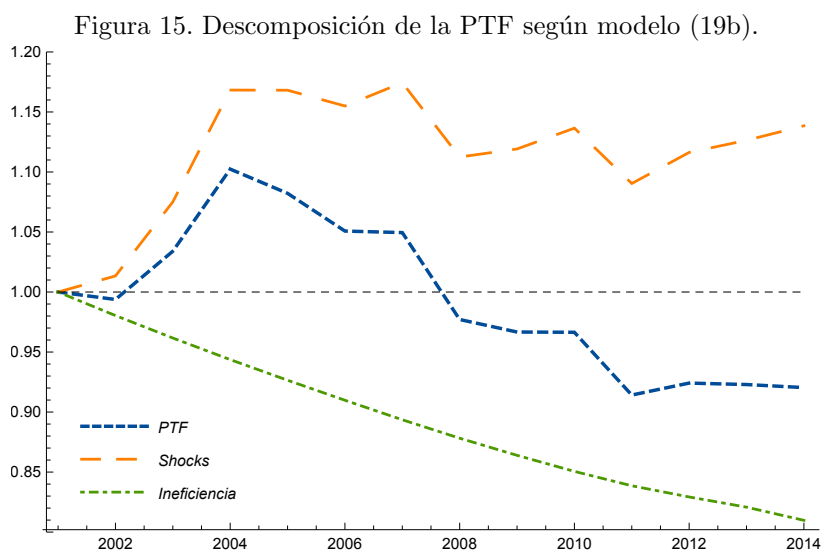
Según el criterio AIC de la Tabla 4 el modelo que mejor ajusta es (20b). En el caso de AICc resulta ser (19b), mientras que según los criterios BIC y HQC debiese ser (17b). En todo caso, independiente del modelo, la tendencia sigue siendo negativa y significativa. En el caso de (9b), (17b) y (18b) es evidente.

Considerando en una primera instancia a (17b) como el modelo que mejor ajusta, podemos observar que el proceso que siguió la productividad en este caso no se aleja al de los modelos previos (ver Figura 14). Así, se tiene que para el período 2001/2004 se observa un incremento de 10%, mientras que para el resto del período de análisis se observa una caída de 22%, lo que implica una contracción respecto al año base de 12%. Al descomponer la PTF en tendencia y *shocks* productivos se puede concluir que en el caso de la primera esta cae 33% para todo el período. En el caso de los *shocks* transitorios se muestra un patrón creciente capaz de explicar el incremento de la PTF en los primeros años de análisis, pero que por mucho que haya crecido -aproximadamente un 31% durante el período de análisis- no fue capaz de compensar el efecto negativo de la tendencia en el último período del ciclo.



Para el modelo (19b) también se observa un patrón similar. Así se tiene que entre 2001/2004 la PTF presenta un incremento de 10% en la productividad, mientras que para el período 2004/2014 se observa una caída de 18% de la misma. Por tanto, la variación para todo el período de análisis resulta ser de 8% (ver Figura 15). Ahora, al descomponer la productividad en su tendencia de largo plazo y en los *shocks* productivos se observa una caída de

20 % para el caso de la tendencia, mientras que para el componente transitorio hay un incremento de 14 %.



Por último, la estimación de la PTF en el modelo (20b) presenta un incremento de 10 % entre 2001/2004, mientras que para el período 2004/2014 se observa una caída de 20 %. Ello implica que la variación para todo el período de análisis resulta ser de 10 % (ver Figura 16). Al descomponer la productividad en su componente de tendencia de largo plazo y de *shocks* productivos se observa en el caso del primero una contracción de 17 %, mientras que para el componente coyuntural se observa un incremento de 8 %.

En el caso de (20b) se tiene que no se puede rechazar la hipótesis nula que la distribución del parámetro asociado a la pendiente  $-\mu_i$  siga una distribución del tipo  $EV(-0.032, 0.1)$ .<sup>63</sup> En el caso del modelo (19b) se tiene que no se puede rechazar la hipótesis que las pendientes  $-\mu_i$  provengan de una distribución  $t_\nu(-0.02, 0.023)$ , con  $\nu = 1.66$ .<sup>64</sup> En el caso del parámetro  $-\tau_i$  asociado al modelo (20b), no se puede rechazar la hipótesis que provenga de una distribución  $t_\nu(-0.002, 0.004)$ , con  $\nu = 2.6$ .<sup>65</sup>

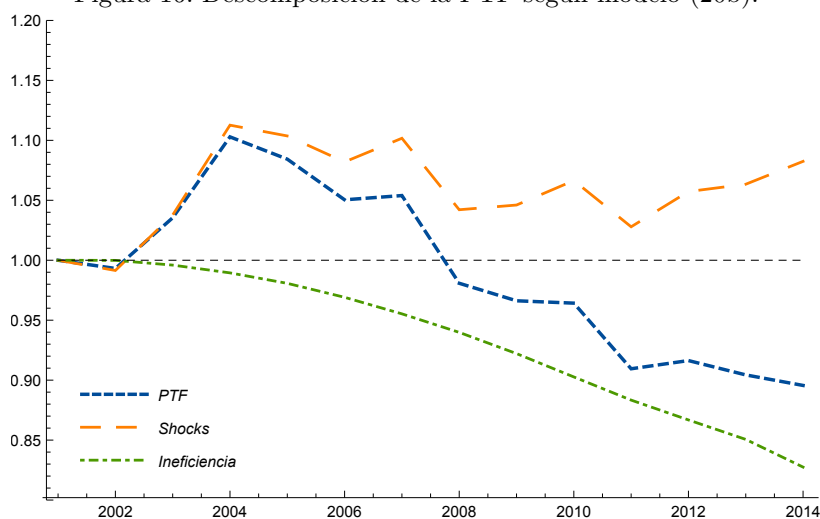
<sup>63</sup> Donde *EV* se entiende como *distribución de valor extremo*. Para el caso del test Kolmogorov-Smirnov el *p-value* resulta ser de 0.55 mientras que para el caso de Crámer-von Mises es 0.39. En todo caso, cabe señalar que otras distribuciones que también no lograron ser rechazadas presentan medias no negativas.

<sup>64</sup> En este caso los *p-value* de ambos test son 0.92 y 0.98, respectivamente

<sup>65</sup> El *p-value* para el caso de Kolmogorov-Smirnov es 0.97 y para el caso del test Crámer-von Mises es 0.93.



Figura 16. Descomposición de la PTF según modelo (20b).



Tanto para (17b), como (19b) y (20b) no se puede rechazar la hipótesis del modelo respecto a la distribución de los *shocks* productivos. Es decir, que estos últimos se distribuyen de acuerdo a  $t_{\nu}(0, \sigma)$ . En el caso de (17b), con  $\sigma = 0.057$  y  $\nu = 2.23$ , los *p-value* de los test Kolmogorov-Smirnov y Crámer-von Mises son 0.88 y 0.96, respectivamente. En el caso de (19b), con  $\sigma = 0.042$  y  $\nu = 1.68$ , los *p-value* de los test Kolmogorov-Smirnov y Crámer-von Mises son 0.81 y 0.86, respectivamente. En el caso de (20b), con  $\sigma = 0.031$  y  $\nu = 1.42$ , los *p-value* de los test Kolmogorov-Smirnov y Crámer-von Mises son 0.18 y 0.16, respectivamente.<sup>66</sup>

La mayor diferencia de los modelos (17b), (19b) y (20b) tiene que ver con la descomposición de la PTF en su componente tendencial. Específicamente, si bien en todos los casos la tendencia es negativa respecto al año base, la reducción que sufre durante todo el período este componente es menor en el caso de (19b) y (20b) respecto al estimado en (17b). Es más, para el período 2010/2014, tanto (19b) como (20b) muestran un quiebre ascendente con una variación promedio que oscila entre 1 a 3%. En el caso del componente asociado a la persistencia de los *shocks* productivos, se puede observar que existe un patrón creciente en todos los modelos, pero por construcción resulta que (17b) presenta una mayor variación.

Por último, considerando los argumentos esgrimidos por Topp et al (2008), junto con la propuesta de Costello (1993) sobre la utilización del consumo energético como *proxy* del capital efectivamente utilizado, los modelos anteriores pasan a ser estimados considerando el proceso estipulado en (22). Los resultados de dichas estimaciones son presentados en la Tabla 5 del Anexo.<sup>67</sup> A modo de resumen se puede afirmar que estos resultados muestran que los nuevos modelos presentan un mejor ajuste respecto a los modelos anteriormente seleccionados. Entiéndase, (17b), (19b) como (20b).

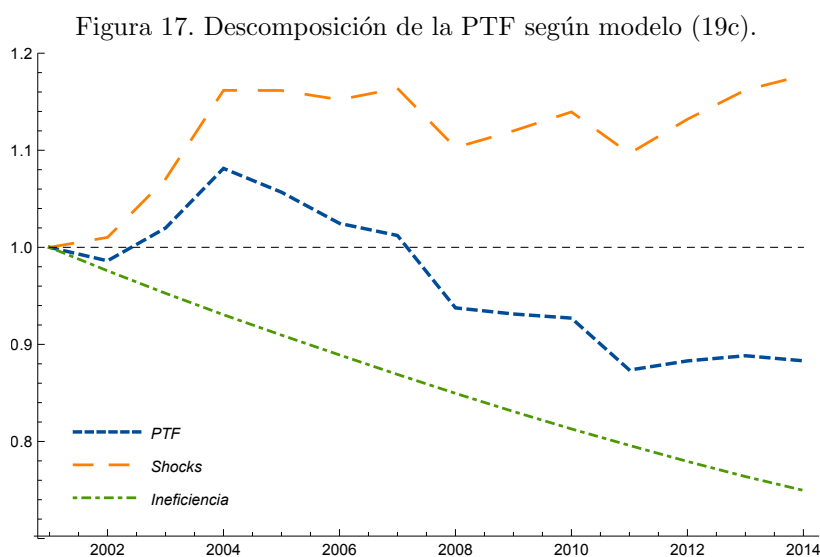
De todas las estimaciones presentadas en la Tabla 5, el modelo que mejor ajusta -bajo el criterio de AIC y AICc- es

<sup>66</sup> Existen otras distribuciones que ajustan mejor para los residuos de (20b). Por ejemplo, una distribución mixta entre una  $\lambda N(-0.15, 0.32) + (1 - \lambda) F(0.0014, 0.0198)$ , donde  $F$  es la distribución de Cauchy y  $\lambda = 0.12$  es el peso relativo.

<sup>67</sup> Por problemas de convergencia el único modelo que no se logró estimar para este caso fue (20c).

del modelo (19c). En este caso se observa que la PTF se incrementó un 8 % durante el período 2001/2004, mientras que la misma sufre una caída de 20 % para el período 2004/2014. Esto en su conjunto implica que la productividad presente una contracción de 12 % para todo el período de análisis (ver Figura 17). Ahora, cuando se descompone en tendencia y *shocks* se observa que el primer componente de la productividad presenta una caída cercana a 25 % mientras que los *shocks* muestran un incremento de 18 %. Cabe mencionar que en el caso de la tendencia se ve claramente un patrón negativo que va perdiendo fuerza, por ejemplo, entre 2001/2010 la tendencia fue cayendo a una tasa promedio anual de 2.1 % mientras que para el período 20011/2014 cayó a una tasa promedio de 1.2 %.

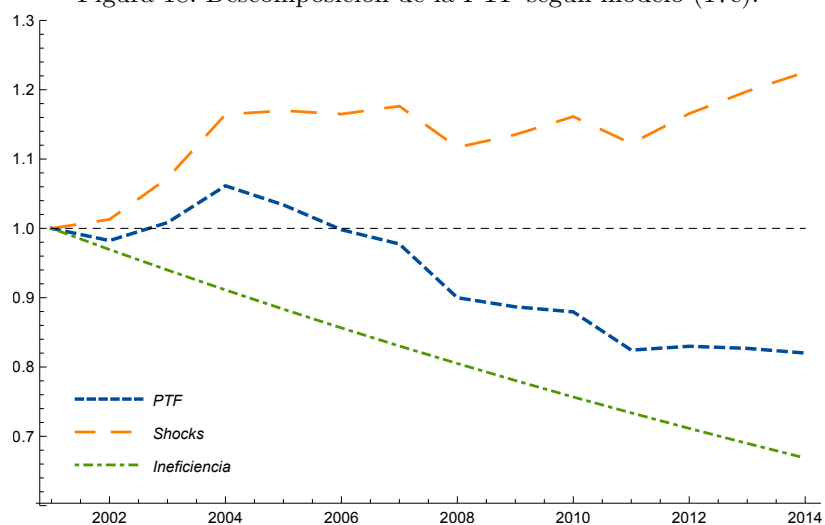
Cuando se analiza el supuesto sobre la distribución de los *shocks* productivos del modelo (19c) se concluye que es imposible rechazar la hipótesis que estos provengan de una distribución  $t_\nu(0, 0.53)$ , con  $\nu = 2.19$ .<sup>68</sup> En el caso de los parámetros  $-\mu_i$  se tiene que la distribución que mejor ajusta resulta ser una  $N(-0.02, 0.001)$ .



Ahora, si se consideran los criterios BIC como HQC resulta que (17c) es el modelo que mejor ajusta. Específicamente, la PTF que se obtiene de este modelo muestra un incremento de 6 % para el período 2001/2004. Pero al igual que los casos anteriores para el período posterior se observa una contracción de la productividad cercana al 24 %, esto significa que para todo el período la PTF presente una contracción de 18 % (ver Figura 18).

<sup>68</sup> En este caso el *p-value* del test Kolmogorov-Smirnov es 0.89 y el *p-value* para el test Cramér von Mises es 0.85.

Figura 18. Descomposición de la PTF según modelo (17c).



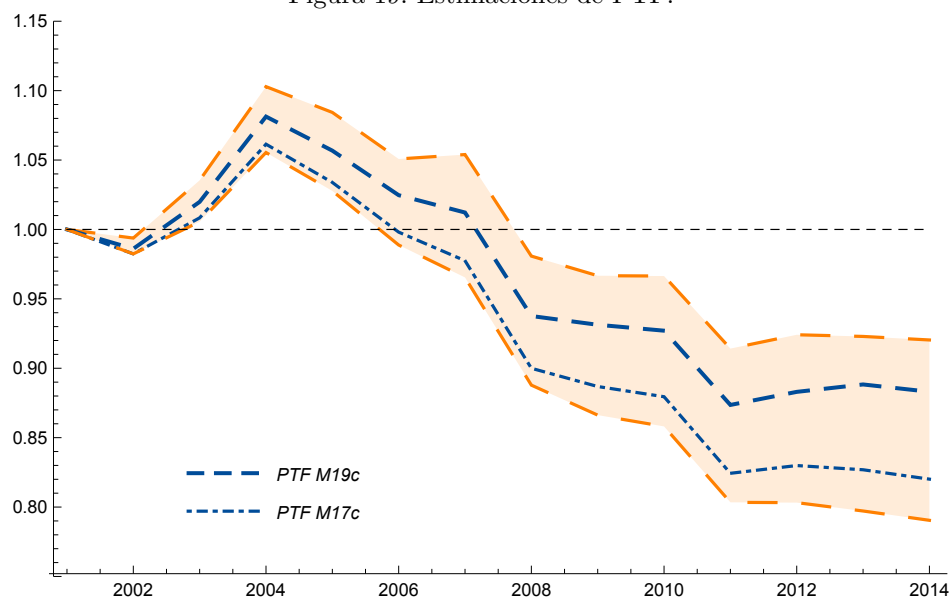
Al descomponer la productividad en su tendencia y *shocks* se puede observar que en el caso del componente estructural (tendencia) una caída cercana a 33%, mientras que para el componente transitorio se tiene un incremento de 23%, aproximadamente. Los test de Kolmogorov-Smirnov como Cramér von Mises corroboran la hipótesis sobre los *shocks* se distribuyen  $t_\nu(0,0.06)$ , con  $\nu = 2.78$ .<sup>69</sup>

<sup>69</sup> En este caso los *p-value* son 0.86 y 0.99, respectivamente.

## CONCLUSIONES

El presente estudio buscó analizar y descomponer la productividad en la gran minería del cobre a nivel faena durante el período denominado “super ciclo” (2000/2014). Para ello se trabajó con un panel desbalanceado y se estimaron distintos modelos mediante máxima verosimilitud (MLE). En términos generales, todas las estimaciones realizadas muestran un patrón similar: una tendencia negativa de la PTF para los últimos 14 años. Sin embargo, los niveles de dichas caídas varían. Al considerar todas las estimaciones realizadas se tiene que la medida de productividad presenta una caída entre 8-21 %. No obstante, los modelos que mejor ajustan -según distintos criterios de información- muestran caídas entorno a 12-18 % para todo el período de análisis (ver Figura 19). Ahora, si se considera el subperíodo 2004/2014, la caída fluctúa entre 20-24 % para los modelos que mejor ajustan.

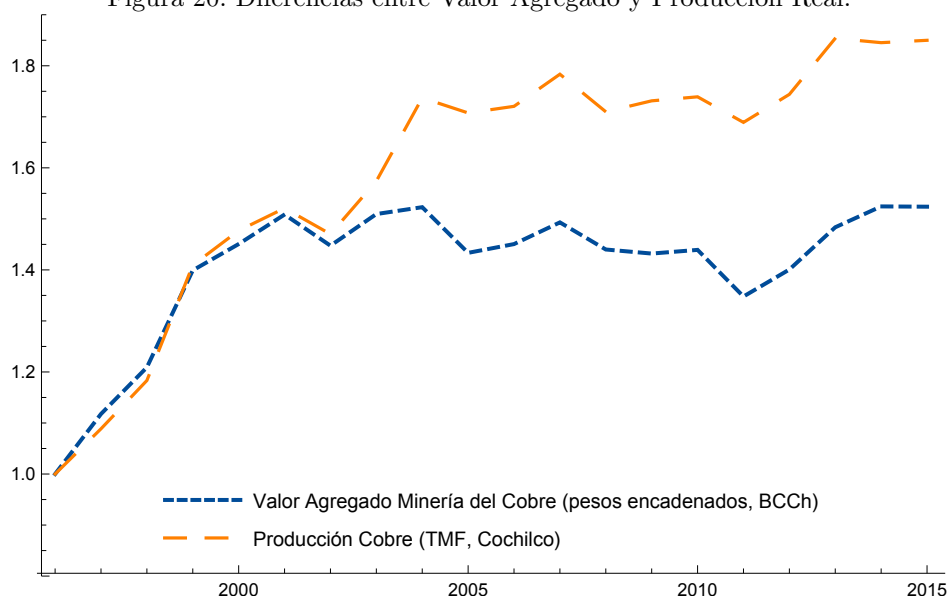
Figura 19. Estimaciones de PTF.



Nuestros resultados son consistentes con la literatura en términos de la tendencia negativa de la PTF minera, pero difieren significativamente en los niveles. Las principales causas que pueden explicar estas diferencias son: (i.) la disponibilidad de datos a nivel de faena versus datos sectoriales; (ii.) el uso de medidas nominales que son deflactadas (valor agregado a precios encadenados) versus variables reales efectivas (toneladas de cobre fino) (para mayor detalle ver Figura 20);<sup>70</sup> y (iii.) la implementación (o no) de correcciones por leyes del mineral y otros sesgos. Los órdenes de magnitud obtenidos revelan que las medidas tradicionales (nivel sectorial, valor agregado y sin corrección por ley) presentan sesgos sobrestimando la caída de la PTF.

<sup>70</sup> Notéese que en esos estudios la variable utilizada como *output* es el PIB minero (valor agregado a precios encadenados) proveniente del Banco Central de Chile. Pese a dicha corrección no se logra dar cuenta del proceso efectivo que tiene la producción (ver datos Cochilco). A nuestro juicio, el objetivo es medir PTF *Quantum* y no PTF *Revenue*. En el segundo caso quizás habría que considerar modelar procesos de negociación considerando la relevancia que tienen sindicatos como proveedores esenciales de la minería en la determinación de sus salarios e ingresos.

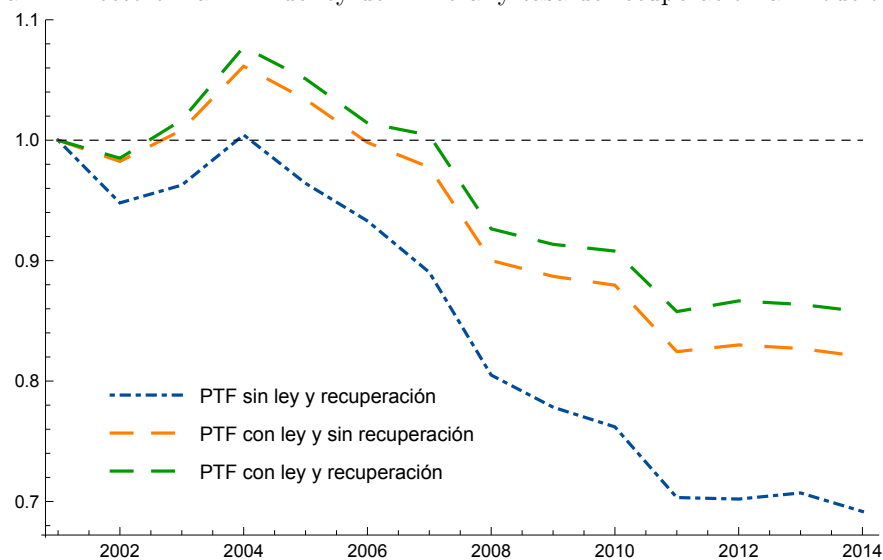
Figura 20. Diferencias entre Valor Agregado y Producción Real.



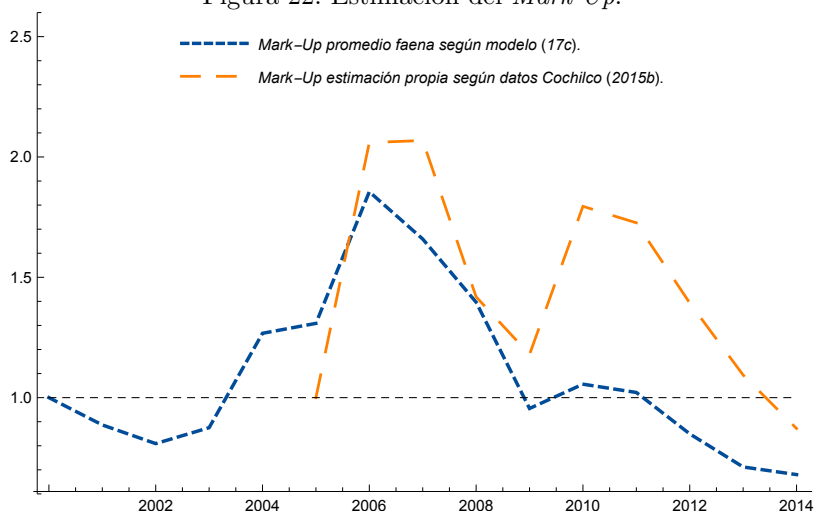
Los estudios que trabajan con niveles sectoriales y con valor agregado obtienen caídas del orden de 60 % o más desde 2004 en adelante (Corbo y González (2014), De Solminihac et al. (2014), UAI/CORFO (2014)). Estos son muy superiores en órdenes de magnitud a estudios que utilizan medidas a nivel de faena y correcciones por ley. Cochilco (2013) utiliza medidas de valor agregado y estima una caída de 57 % de la PTF para el período 2003/2011, pero al corregir por ley, la caída en la PTF disminuye a 40 %. Cochilco (2014) trabaja a nivel de faenas con variables reales -al igual que este estudio- y obtiene caídas de la PTF minera del 20 % para el período 2000/2013 y de hasta 25 % para el período 2004/2013. Nuestros resultados refuerzan lo encontrado por Cochilco (2014).

La caída estimada de 20-24 % de la PTF en el subperíodo 2004/2014 puede tener su génesis en el “super ciclo” de precios al permitir una mayor holgura financiera capaz de absorber potenciales ineficiencias a favor de mantener un proceso continuo y acelerado de producción. Como ejemplo se puede observar en la Figura 21 el impacto que tiene en la estimación de la PTF la llamada tasa de recuperación, factor endógeno a cada operación. Por un lado, se puede observar que al incorporar al modelo el factor geológico (exógeno) la caída de la productividad para todo el período pasa de 30 % a 15 %, mientras que, cuando ya se empiezan a considerar factores del proceso productivo mismo -en este caso la tasa de recuperación- se puede observar una contracción de 3 % en la caída de la PTF. Dicho de otra forma, la pérdida de eficiencia asociado a la tasa de recuperación significó 3 puntos porcentuales más en la caída de PTF para el período de análisis.

Figura 21. Efecto en la PTF de ley del mineral y tasa de recuperación al modelo (17c).



Otro ejemplo que refuerza la idea de una mayor holgura financiera se observa de La Figura 22, la cual presenta la evolución del *mark-up* estimado según modelo (17c)<sup>71</sup> como también la estimación según los datos de Cochilco (2015b).<sup>72</sup> En esta coyuntura, probablemente las faenas mineras priorizaron maximizar la extracción de mineral por sobre la productividad y los costos. Lo anterior se ve reforzado al observar la contratación de trabajadores y aumento en la inversión durante el período en cuestión (ver Figura 7); lo mismo ocurrió en términos de los costos de los insumos.<sup>73</sup>

Figura 22. Estimación del *Mark-Up*.

Adicionalmente, también se debe considerar el impacto que tiene la caída de 25% en las leyes del mineral. Esto último se traduce no sólo en una menor proporción de mineral a obtener, sino también se traduce en minerales más

<sup>71</sup> Para estimar el *mark-up* en (17c) se utilizan los datos de Cochilco sobre la participación de la mano de obra sobre los ingresos junto con la estimación de la elasticidad producto de la mano de obra. Ver Anexo.

<sup>72</sup> En este caso se toman los valores del margen unitario de costo y ventas y se construye una aproximación de dicho *mark-up*.

<sup>73</sup> En el período 2006-2014 el precio de la mano de obra aumentó en un 60% mientras que el Costo unitario de la inversión también aumentó en un 150%. Esto último se define como el CAPEX de la cartera de proyectos vigente de cada año dividido por la capacidad de producción anual de dicha cartera. En tanto, el  $P \times Q$  (*Revenue*) de la gran minería del cobre se incrementó en 300% en el mismo período 2000-2014; ello se explica principalmente efecto precio.

difíciles de explotar considerando su composición y distancias de acarreo. Pese a todo, los datos muestran que el sector fue capaz de mantener su nivel de producción. En resumen, la hipótesis que se maneja es que el ciclo de precios es el principal causante de la baja en productividad.

El fin del “super ciclo” abre espacio para reorganizar la industria, re-enfocarse en el control de costos y aumentar la productividad, y subir -hasta cierto punto- las leyes de corte de extracción. No obstante, la tendencia es negativa y si bien hay una atenuación en el período 2012/2014, se deberán considerar medidas tanto privadas como públicas para poder impulsar la productividad del sector. Finalmente, el hecho de contar con mayor información constante, comparable y validada a nivel de faena permitiría la formulación de mejores análisis y monitoreo sobre la productividad minera.

## REFERENCIAS

- Aghion, P., & Howitt, P. (1992). A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica*, 60(2), 323-51.
- Aigner, D., Lovell, C. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21-37.
- Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1995). A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. *Empirical Economics*, 20(2), 325-332.
- Blundell, R., & Bond, S. (1998). Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models. *Journal of Econometrics*, 87(1), 115-143.
- Cochilco (2012). Efecto macroeconómico y el aporte al desarrollo regional. En Cochilco y Ministerio de Minería (eds.) *Minería en Chile: Impacto en Regiones y Desafíos para su Desarrollo* (pp.39-58). Santiago de Chile.
- Cochilco (2013). Una mirada a la productividad del sector minero en Chile.
- Cochilco (2014). Productividad en la Industria Minera en Chile.
- Cochilco (2015). Inversión en la minería chilena. Cartera de proyectos 2015-2024.
- Cochilco (2015b) Caracterización de los costos de la gran minería del cobre.
- Corbo, V., & González, R. (2014). Productivity and Economic Growth in Chile. In V. Corbo (Ed.), *Growth Opportunities for Chile* (pp.57-152). Santiago de Chile: Universitaria.
- Cornwell, C., Schmidt, P., & Sickles, R. C. (1990). Production frontiers with cross-sectional and time-series variation in efficiency levels. *Journal of Econometrics*, 46(1), 185-200.
- Costello, D. M. (1993). A Cross-Country, Cross-Industry Comparison of Productivity Growth. *Journal of Political Economy*, 101: 207-221.
- De Solminihac, H., Cerda, R., & Gonzáles, L. E. (2014) Desarrollo y análisis de Indicadores para el Mejoramiento de la Productividad en la Minería en Chile. CLAPES-UC, Documento de Trabajo N 11.
- Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. (2015). The next generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150-82.
- Jara, J. J., Pérez, P., & Villalobos, P. (2010). Good deposits are not enough: Mining labor productivity analysis in the copper industry in Chile and Peru 1992-2009. *Resources Policy*, 35(4), 247-256.
- Kumbhakar, S. C. (1990). Production frontiers, panel data, and time-varying technical inefficiency. *Journal of econometrics*, 46(1), 201-211.
- Lagos, G., Peters, D., & Jara, J. J. (2015) Potencialidades y desafíos para la minería del cobre chileno a 2035. *Publicación de Trabajo*, CIEM-UC. Julio 2015.



- Laserre, P., & Ouellette, P. (1988) On measuring and comparing total factor productivities in extractive and non - extractive sectors. *The Canadian Journal of Economics*, 21(4): 826-834.
- Loughton, B. (2011) Accounting for natural resources inputs in compiling mining industry MFP statistics. Paper prepared for the 40th Annual Conference of Economics, Australian Bureau of Statistics, Canberra.
- Managi, S., Opaluch, J.J., Jin, D., & Grigalunas, T. A. (2005). Stochastic frontier analysis of total factor productivity in the offshore oil and gas industry. *Ecological Economics*, 60: 204-215.
- Meller, P. (2013) *La Viga Maestra y el Sueldo de Chile. Mirando el futuro con los ojos del cobre*. Santiago de Chile: Uqbar.
- Meeusen, W., & Van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, 435-444.
- Ministerio de Hacienda (2015) Acta Comité Consultivo del PIB Tendencial. Dirección de Presupuestos. Agosto 2015.
- Rodríguez, X. A., & Arias, C. (2008). The effects of resource depletion on coal mining productivity. *Energy Economics*, 30(2), 397-408.
- Stollery, K. R. (1985) Productivity change in Canadian mining 1957-1979. *Applied Economics*, 17, 543-558.
- Syed, A., Grafton, Q., & Kalirajan, K. (2013). Productivity in the Australian mining sector. Bureau of Resources and Energy Economics (BREE).(Ed.), BREE Discussion Paper Series. Bureau of Resources and Energy Economics, Canberra.
- Tilton, J. E., & Landsberg, H. H. (1999). Innovation, productivity growth, and the survival of the US copper industry. *Productivity in Natural Resource Industries; Improvement through Innovation*, 109-139.
- Topp, V., Soames, L., Parham, D. & Bloch, H. (2008). Productivity in the mining industry: measurement and interpretation. Productivity Commission Staff Working Paper, December 2008.
- UAI-CORFO (2014) Evolución de la Productividad Total de Factores (PTF) en Chile, Boletín n 8. Universidad Adolfo Ibáñez/ Corporación de Fomento de la Producción. Santiago, Chile.
- Young, D. (1991) Productivity and metal mining: evidence from copper-mining firms. *Applied Economics* 23: 1853-1859.
- Zheng, S. & Bloch, H. (2014). Australia's mining productivity decline: implications for MFP measurement. *Journal of Productivity Analysis*, 2013: 201-212.

## ANEXO

Tabla 1. Panel Estático y Frontera Estocástica.

Variables	Modelos			
	(3)	(5)	(6)	(9)
$\mu$		-0.032***	-0.002**	
$\mathcal{T}$			-0.029***	
$\tilde{k}_{i,t}$	0.230***	0.271***	0.271***	0.227***
$h_{i,t}$	0.001	0.083***	0.084***	0.128***
$l_{i,t}$	0.530***	0.252***	0.254***	0.322**
$\eta$				-0.149***
<b>K</b>	30	31	32	33
<b>N</b>	319	319	319	319
<b>LL</b>	144.118	180.012	180.065	188.303
<b>AIC</b>	-228.236	-298.024	-296.130	<b>-310.606</b>
<b>BIC</b>	-115.280	-181.303	-175.644	<b>-186.355</b>
<b>AICc</b>	-221.778	-291.111	-288.745	<b>-302.732</b>
<b>HQC</b>	-183.126	-251.410	-248.012	<b>-260.985</b>

Nota: \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$ ; \*\*\* $p < .001$ ;  $\xi_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\xi}^2)$ ; y para (9) también  $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ .

Tabla 2. Panel Dinámico.

Variables	Modelos				
	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
$\mu$		-0.029***	-0.065***	-	-
$\mathcal{T}$			0.002***		-
$y_{i,t-1}$	0.689***	0.564***	0.566***	0.305***	0.127***
$\tilde{k}_{i,t}$	0.157***	0.206***	0.208***	0.179***	0.236***
$\tilde{k}_{i,t-1}$	-0.108***	-0.116***	-0.118***	-0.054***	-0.030***
$h_{i,t}$	0.066***	0.103***	0.101***	0.107***	0.179***
$h_{i,t-1}$	-0.045***	-0.058***	-0.056***	-0.033***	-0.022***
$l_{i,t}$	0.407***	0.330***	0.334***	0.349***	0.369***
$l_{i,t-1}$	-0.280***	-0.186***	-0.189***	-0.106***	-0.046***
<b>K</b>	31	32	33	57	83
<b>N</b>	293	293	293	293	293
<b>LL</b>	238.991	252.846	253.931	291.262	300.117
<b>AIC</b>	-415.982	-441.692	-441.862	<b>-468.524</b>	-434.234
<b>BIC</b>	-301.897	<b>-323.926</b>	-320.416	-258.754	-128.780
<b>AICc</b>	-408.380	-433.569	-433.198	<b>-440.388</b>	-367.516
<b>HQC</b>	-370.289	<b>-394.525</b>	-393.221	-384.508	-311.895

Nota: \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$ ; \*\*\* $p < .001$ ;  $\xi_{i,t} = \delta \xi_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$ ;  $\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$ .

Tabla 3. Panel Dinámico

Variables	Modelos				
	(16a)	(17a)	(18a)	(19a)	(20a)
$\mu$		-0.032***	-0.047***	-	-
$\mathcal{T}$			0.0004***		-
$y_{i,t-1}$	0.767***	0.584***	0.504***	0.384***	0.543***
$\tilde{k}_{i,t}$	0.185***	0.211***	0.264***	0.180***	0.255***
$\tilde{k}_{i,t-1}$	-0.142***	-0.123***	-0.133***	-0.069***	-0.139***
$h_{i,t}$	0.112***	0.116***	0.155***	0.099***	0.210***
$h_{i,t-1}$	-0.086***	-0.067***	-0.078***	-0.038***	-0.114***
$l_{i,t}$	0.442***	0.356***	0.333***	0.343***	0.367***
$l_{i,t-1}$	-0.339***	-0.201***	-0.168***	-0.132***	-0.200***
<b>K</b>	32	33	34	58	84
<b>N</b>	293	293	293	293	293
<b>LL</b>	253.644	281.305	268.625	322.939	291.342
<b>AIC</b>	-443.288	-496.610	-469.250	<b>-529.878</b>	-414.684
<b>BIC</b>	-325.522	<b>-375.164</b>	-344.124	-316.428	-105.550
<b>AICc</b>	-435.165	-487.946	-460.025	<b>-500.630</b>	-346.030
<b>HQC</b>	-396.121	<b>-447.969</b>	-419.135	-444.388	-290.871

Nota: \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$ ; \*\*\* $p < .001$ ;  $\xi_{i,t} = \delta \xi_{i,t-1} + \epsilon_{i,t}$ ;  $\epsilon_{i,t} \sim t_\nu(\mu, \sigma)$ .

Tabla 4. Panel Dinámico

Variables	Modelos				
	(9b)	(17b)	(18b)	(19b)	(20b)
$\mu$		-0.031***	-0.061***	-	-
$\mathcal{T}$			0.001***		-
$y_{i,t-1}$		0.615***	0.616***	0.364***	0.292***
$k_{i,t}$	0.097***	0.064***	0.054***	0.017***	0.100***
$k_{i,t-1}$		-0.040***	-0.033***	-0.006***	-0.029***
$h_{i,t}$	0.118***	0.119***	0.120***	0.104***	0.100**
$h_{i,t-1}$		-0.073***	-0.074***	-0.038***	-0.029***
$l_{i,t}$	0.296***	0.393***	0.398***	0.379***	0.397***
$l_{i,t-1}$		-0.242***	-0.245***	-0.138***	-0.116***
$e_{i,t}$	0.560***	0.479***	0.492***	0.480***	0.429***
$e_{i,t-1}$		-0.295***	-0.303***	-0.175***	-0.125***
$\eta$	-0.177***				
<b>K</b>	34	34	35	59	85
<b>N</b>	319	293	293	293	293
<b>LL</b>	195.075	281.587	282.486	321.496	355.381
<b>AIC</b>	-322.150	-495.174	-494.972	-524.992	<b>-540.762</b>
<b>BIC</b>	-194.134	<b>-370.048</b>	-366.166	-307.862	-227.947
<b>AICc</b>	-313.770	-485.949	-485.167	<b>-494.606</b>	-470.134
<b>HQC</b>	-271.025	<b>-445.059</b>	-443.383	-438.028	-415.475

Nota: \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$ ; \*\*\* $p < .001$ ;  $\xi_{i,t} = \delta \xi_{i,t-1} + \epsilon_{i,t}$ ;  $\epsilon_{i,t} \sim t_{\nu}(\mu, \sigma)$ .

Tabla 5. Panel Dinámico

Variables	Modelos				
	(9c)	(17c)	(18c)	(19c)	(20c)
$\mu$		-0.031***	-0.027***	-	
$\tau$			-0.0002***		
$y_{i,t-1}$		0.654***	0.651***	0.431***	
$e_{i,t}$	0.688***	0.629***	0.633***	0.553***	
$e_{i,t-1}$		-0.412***	-0.412***	-0.238***	
$h_{i,t}$	0.135***	0.121***	0.121***	0.096***	
$h_{i,t-1}$		-0.079***	-0.079***	-0.041***	
$l_{i,t}$	0.319***	0.295***	0.295***	0.310***	
$l_{i,t-1}$		-0.193***	-0.192***	-0.134***	
$\eta$	-0.149***				
<b>K</b>	33	33	34	58	
<b>N</b>	348	322	322	322	
<b>LL</b>	208.624	291.335	291.353	332.417	
<b>AIC</b>	-351.248	-516.670	-514.706	<b>-548.834</b>	
<b>BIC</b>	-224.125	<b>-392.110</b>	-386.371	-329.910	
<b>AICc</b>	-344.101	-508.878	-506.413	<b>-522.811</b>	
<b>HQC</b>	-300.638	<b>-466.942</b>	-463.471	-461.433	

Nota: \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$ ; \*\*\* $p < .001$ ;  $\xi_{i,t} = \delta \xi_{i,t-1} + \epsilon_{i,t}$ ;  $\epsilon_{i,t} \sim t_{\nu}(\mu, \sigma)$ .

### Estimación del *mark-up*

El problema de optimización de la faena en el corto plazo consiste en reducir el costo del factor variable (mano de obra) sujeto al nivel de capital y las tecnologías existentes. Por tanto,

$$C(Q, \bar{K}) = \min_{L \in \mathbb{R}_+} \{W \cdot L + \lambda(Q - F(\bar{K}, L))\} = W \cdot L^* + \lambda^*(Q - F(\bar{K}, L^*)) = \mathcal{L}(L^*, \lambda^*)$$

donde  $L^*$  es el nivel de empleo y  $\lambda^*$  el multiplicador de Lagrange que resuelven el problema de optimización y  $Q$  es el nivel mínimo de producción que se desea obtener. De la condición de primer orden de dicho problema se puede construir la relación con el *mark-up*,

$$\begin{aligned} W &= \lambda^* \frac{\partial F(\bar{K}, L^*)}{\partial L^*} \\ \Leftrightarrow \frac{W \cdot L^*}{p \cdot Q} &= \frac{\lambda^*}{p} \frac{\partial F(\bar{K}, L^*)}{\partial L^*} \frac{L^*}{Q} \\ \Leftrightarrow s_L^* &= \frac{\lambda^*}{p} \beta \end{aligned}$$

donde  $s_L^*$  se entiende como la participación de la mano de obra en las ventas y  $\beta$  la elasticidad producto de la mano de obra. Además, por teorema de la envolvente se tiene que,

$$\frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = CMg(Q) = \lambda^*$$

Por tanto, la relación que existe entre *mark-up* y elasticidad producto de la mano de obra y  $s_L^*$  viene dado por,

$$\frac{\beta}{s_L^*} = \frac{p}{CMg(Q)}$$

donde  $p/CMg(Q)$  se define como el *mark-up*.